100 Grm. des Wassers (ohne Kochen) abgedampft, gaben festen Rückstand . . . . . . 0,0835 Grm.

100 Grm. des Wassers (gekocht und filtrirt) lieferten festen Rückstand . . . 0,00775 Grm.

Unterschied 0,000060 Grm.

Obschon dies Wasser eine beträchtliche Menge mineralischer Stoffe enthält, wurde es doch, wegen seiner Weichheit, nach Clark's Probe, auf seine Härte untersucht.

Dieselbe war (ungekocht) . .	5,3
- - (gekocht) . . .	0,75
Unterschied	4,55

Diese Data zeigen hinreichend, daſs die wohlbekannte Fällung von kohlensaurem Kalk beim Sieden (in diesem Fall 4,55 Grains per Gallon) die Hauptursache der Erniedrigung des specifischen Gewichts dieses Wassers nach dem Sieden war. Da wir aus dem Beispiele No. 1 ersehen haben, daſs man auf die Richtigkeit der 5. Decimale bauen kann, so könnte die Menge der unlöslich gewordenen Substanz (rücksichtlich der obigen Differenz 0,000083) acht Mal geringer seyn, ehe ihre Abwesenheit aufhörte, durch solche specifischen Gewichtsbestimmungen angebbar zu seyn. Der achte Theil von 0,006 Grm. ist nun 0,00075 Grm. und repräsentirt den Unterschied, welcher sich auf den festen Rückstand aus 100 Grm. Wasser bezieht. Oder mit anderen Worten, wenn man von irgend einer Mineralsubstanz (wie kohlensaurer Kalk) 75 Thl. in 10000000 Thl. oder 7,5 Milligrm. in 1 Liter oder $\frac{1}{2}$ Grain in 1 Gallon Wasser auflöst, kann die Gegenwart derselben auf diese Weise quantitativ ermittelt werden.

Wenn die verschiedenen Bestandtheile der natürlichen Wässer das specifische Gewicht dieser Wässer in gleichem Grade beeinfluſsten, so würde die obige Methode das leichteste Mittel seyn zur Bestimmung der Menge dieser Stoffe, aber eine Annäherung kann jedesmal durch sie erlangt werden.

Wenn indefs eine Lösung nur *einen* unbekannten Bestandtheil enthält, kann die relative Menge dieses Bestandtheils und seines Lösemittels durch diese einfache und schnelle analytische Operation mit aller nöthigen Genauigkeit ermittelt werden.

XIII. *Ueber die Messung physischer Empfindungen und das Gesetz, welches die Stärke dieser Empfindungen mit der Stärke der erregenden Ursache verknüpft; von Hrn. J. Plateau.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. *Bullet. de l'acad. de Belgique T. XXXIII,* 1772.)

E. H. Weber hat, ich glaube ums Jahr 1853, eine schon von mehreren Physikern berührte, merkwürdige Thatsache scharf hingestellt, nämlich dafs der kleinste wahrnehmbare Unterschied zwischen den Stärken zweier erregenden Ursachen gleicher Art ein fast constanter Bruch von der Stärke einer derselben ist. In zwei Abhandlungen, eine von 1859, die andere von 1860, hat Fechner daraus eine Relation zwischen der Stärke der Empfindung und der ihrer Ursache abgeleitet[1]; bezeichnet man die erste mit S und die zweite mit E, so würde das Gesetz, nach welchem die Empfindung mit der Ursache wächst, ausgedrückt seyn durch die Relation:

$$S = A \log . E + C \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (1)$$

wo A und C Constanten sind.

Die Idee, die physischen Empfindungen bis zu einem gewissen Punkt abzuschätzen, stellte sich mir vor etwa 20 Jahren ein und ich begann darüber eine Reihe von

1) Ueber ein wichtiges psychologisches Gesetz (Abhandl. der K. Sächs. Gesellsch. d. Wiss., Phys.-Math. Klasse, Bd, IV, S. 457). Elemente der Psychophysik, Leipzig.

Versuchen, die ich aber, durch andere Untersuchungen davon abgezogen, nicht fortsetzte. Der gegenwärtige Aufsatz hat nicht den Zweck, die Priorität der Idee zu reclamiren, weil meine ersten Versuche nicht veröffentlicht wurden; allein da die Methode, welche ich anwandte, sich auf ein Princip stützt, das von dem der Fechner'schen Formel durchaus verschieden ist, und da überdiefs das Resultat, welches sie mir gab, eine eigenthümliche Schätzungsfähigkeit in uns aufdeckt, so halte ich es nicht für uninteressant, sie kennen zu lehren.

Wenn wir, gleichzeitig oder nacheinander zwei physische Empfindungen gleicher Art, aber ungleicher Stärke erhalten, so beurtheilen wir leicht, welche von beiden die stärkere sey, und wir können überdiefs entscheiden, ob ihr Unterschied schwach oder bedeutend sey; allein es scheint, dafs die Vergleichung hiebei stehen bleiben müsse, wenigstens wenn wir uns auf eine directe Bestimmung beschränken wollen, und dafs wir uns für unfähig halten müssen, das numerische Verhältnifs der Intensitäten zweier Empfindungen festzustellen. Wenn man indefs die Aufgabe näher betrachtet, erkennt man bald, dafs unser Urtheil über die relativen Intensitäten nicht ganz so schwankend ist, als es anfangs erscheint. Nehmen wir z. B. die Empfindung des Lichtes: Wenn wir sagen, dafs ein Gegenstand hellgrau sey, so meinen wir damit offenbar, dafs das Grau dem Weifsen näher liege als dem Schwarz, was darauf hinausläuft zu sagen, dafs die Intensität der in uns erregten Empfindung gröfser ist als die Hälfte von der derjenigen Empfindung, welche ein unter dieselben Umständen von Beleuchtung versetzter weifser Gegenstand hervorbringen würde. Sagen wir dagegen, ein Gegenstand sey dunkelgrau, so verstehen wir damit, dafs das Grau dem Schwarzen näher liege als dem Weifs, oder, mit anderen Worten, dafs die Intensität der entsprechenden Empfindung kleiner ist als die Hälfte der der Empfindung, die von einem demselben Lichte ausgesetzten weifsen Gegenstand herrührt. Endlich können wir uns ein zwischen dem hellen und dem dunklen Grau liegendes Grau verschaffen, welches uns genau ebenso weit vom Schwarz als vom Weiſs entfernt zu seyn scheint. Nun begreift man, daſs die Schätzung dieses letzteren Grau sich mit einer gewiſsen Genauigkeit ausführen lassen wird, und wenn dem wirklich so ist, wird man auf diese Weise ein Grau haben, welches eine Empfindung erzeugt, deren Intensität sehr wenig abweicht von der Hälfte der Empfindung, welche das Weiſs hervorbringt.

Ich sagte soeben, daſs die Bestimmung eines Grau, welches genau in der Mitte zwischen Weiſs und Schwarz zu liegen scheine, einer groſsen Genauigkeit fähig sey. In der That, nimmt man drei Papierquadrate von gleichen Dimensionen, überzieht das erste mit einer weiſsen Farbe, das zweite mit einer grauen und das dritte mit einer recht intensiven schwarzen, legt sie neben einander solchergestalt, daſs das graue Quadrat sich zwischen den beiden anderen befindet, so wird man beurtheilen können, ob das Weiſs mehr oder weniger mit dem Grau contrastirt als das Schwarz, und man braucht nur durch Probiren das Grau zu modificiren, bis die beiden Contraste einander recht gleich erscheinen.

Bevor ich jedoch im Principe annahm, daſs ein Urtheil dieser Art ein ziemlich genaues Resultat geben könnte, wollte ich mich von der Sache experimentell überzeugen, und zu dem Ende griff ich zu dem folgenden Mittel. Ich bat einzeln verschiedene Personen, die sich mit der Malerei beschäftigen und deſshalb an die Prüfung und Behandlungen von Farben gewöhnt sind, mir nach dem obigen Verfahren mittelst eines dem Tageslicht ausgesetzten Systems von mit Oelfarben bemalten Quadraten eine Probe des erwähnten intermediären Grau anzufertigen. Es ist klar, daſs wenn die Schätzung der Gleichheit beider Contraste auf einem unbestimmten Gefühl beruhte, alsdann das von diesen Personen, deren acht waren, gelieferte Grau sehr bedeutende Verschiedenheit hätte darbieten müssen, während, wenn dasselbe Gefühl Schärfe besäſse, alle diese Grau einander sehr nahe kommen mufsten. Das Letzte war nun wirklich der Fall; die acht Proben von Grau waren fast identisch. Als ich sie von der hellsten bis zur dunkelsten neben einander legte, konnte ich aus ihnen diejenige auswählen, welche mir die mittlere von allen zu seyn schien, und diese letztere mufste folglich demjenigen Grau aufserordentlich nahe liegen, welches eine genau intermediäre Empfindung zwischen denen der rein weifsen und rein schwarzen Farbe hervorbringt.

Freilich reflectirt das intensiveste Schwarz, welches man durch Malerei erhalten kann, immer noch eine kleine Lichtmenge, so dafs die dem obigen Grau entsprechende Empfindung nothwendig ein wenig oberhalb der Hälfte der vom Weifs erzeugten liegen mufs; allein der Unterschied war ohne Zweifel sehr gering und überdiefs wäre es leicht die Versuche so einzurichten, dafs statt des schwarz bemalten Quadrats ein ganz lichtleerer Raum, also ein nahe absolutes Schwarz genommen würde. [1])

Durch dasselbe Abschätzungsverfahren kann man sich ein Grau verschaffen, welches genau zwischen dem vorhergehenden Grau und dem Schwarz liegt, und dieses zweite Grau wird also durch eine Empfindung erregt, deren Intensität gleich ist einem Viertel des der Empfindung des Weifs. Man kann ferner, immer auf dieselbe Weise, ein drittes Grau, intermediär zwischen dem ersten und dem Weifs, aufsuchen und dieses dritte Grau wird eine Empfindung hervorbringen, deren Intensität gleich ist drei Vierteln derjenigen der weifsen Empfindung. Daraus sieht man, dafs die Intensitäten der den fünf Farben entsprechenden Empfindungen, vom Schwarz bis zum Weifs, sich zu einander verhalten wie 0, 1, 2, 3, 4. Endlich wird man die intermediären Nüancen nach Belieben vervielfältigen können, und auf diese Weise eine Skale von Empfindungen erhalten, deren Intensitäten in bekannten Verhältnissen zu einander stehen.

1) Ich sehe ab von der schwachen Lichtempfindung, welche die Augen selbst im vollständigsten Dunkel wahrnehmen und von physiologischen Actionen herrüh rt.

Wiewohl wir also nicht die Fähigkeit besitzen, das Intensitätsverhältnifs zweier Lichtempfindungen direct abzuschätzen, so besitzen wir doch eine andere Fähigkeit, welche uns verstattet, zum Werthe dieses Verhältnisses zu gelangen, und diese Fähigkeit besteht darin, dafs wir die Gleichheit zweier Contraste zu bestimmen vermögen. Dadurch können wir, wie man gesehen hat, dahin gelangen, eine Skale von Farben zu entwerfen, welche in arithmetische Progression wachsende Empfindungen erzeugen; und wenn wir es so einrichten, dafs das erste Glied dieser Reihe Null ist, werden die übrigen Glieder sich verhalten wie die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 usw.

Man mufs es für wahrscheinlich halten, dafs die Fähigkeit die Gleichheit zweier Contraste zu beurtheilen, in mehr oder weniger ausgesprochenem Grade auch für andere Empfindungen als die des Lichtes gelte, z. B. für die Empfindung des Tons, der Wärme usw. Zweckmäfsig angestellte Versuche würden lehren, ob dem wirklich so sey, und in diesem Fall würde man sich ebenso Empfindungen des Tons, der Wärme usw. verschaffen können, deren Intensitäten in bestimmten Verhältnissen ständen.

Kehren wir zu den Lichtempfindungen zurück. Hat man die besprochene Skale gebildet und die Farben so zahlreich genommen, dafs der Unterschied zwischen einer jeden und der nächstfolgenden klein ist, so wird man leicht das genaue oder sehr genäherte Verhältnifs zwischen jeden zwei gegebenen Grau entsprechenden Empfindungen finden können. Es reicht hin, in der Skale aufzusuchen, welche zwei Nüancen respective denselben Grad von Dunkelheit darbieten als die beiden Grau, von denen die Rede war. Finden sie sich genau darin, so geben sie direct das Verhältnifs der beiden Empfindungen; im entgegengesetzten Fall sucht man für jedes der beiden gegebenen Grau die beiden Nüancen der Scale, zwischen welchen unmittelbar es liegt und dann erhält man das Verhältnifs der Empfindungen angenähert mittelst einer Interpolation.

Ich habe bis hieher nur die Empfindungen des farblosen Lichtes betrachtet; allein die Farbe bildet eine von der Intensität durchaus unabhängige Qualität. Man kann sich zwei in Betreff der Farbe sehr verschiedene Empfindungen denken, die dennoch genau gleiche Intensitäten haben. Man könnte z. B. zwei Quadrate bemalen, das eine roth, das andere grün, beide Farben genau von gleichem Grade der Dunkelheit, so daſs sie, neben einander gelegt, bloſs einen Contrast der Farbe, und keinen der Intensität hervorbrächten. Es folgt daraus, daſs unsere Scale der grauen Tinten aber auch dazu dienen wird, daſs Verhältniſs der Intensitäten zweier Empfindungen von irgend welchen Farben aufzufinden.

Bei Anwendung der Scale habe ich die mehr oder weniger groſse Intensität des Lichtes, welches diese Scale beleuchtet, auſser Acht gelassen, oder anders gesagt, ich habe stillschweigends angenommen, daſs die Verhältnisse zwischen den Intensitäten der Empfindungen, welche den verschiedenen Tinten der Scale entsprechen, so ziemlich unabhängig seyen von dem Grade der gemeinschaftlichen Beleuchtung dieser Tinten. Dieses aber ist nach dem Resultat der Erfahrung erlaubt, denn ich hatte den Personen, welche mir Hülfe leisteten, nichts weiter in Betreff der Beleuchtung der Quadrate empfohlen, als bei bloſsem Tageslicht zu operiren, welches bekanntlich sehr veränderlich ist, weil es abhängt von der Tagesstunde, von der Reinheit der Atmosphäre, von der Stellung am Fenster, wo man es auffängt, usw., und da die erwähnten Personen getrennt und zu verschiedenen Zeiten arbeiteten, so ist es klar, daſs die acht Proben von Grau bei sehr verschiedener Beleuchtung erhalten worden waren, und dennoch boten diese Grau, wie gesagt, nur sehr geringe Unterschiede dar, die mit Recht der kleinen Unsicherheit zugeschrieben werden konnten, die von der Beurtheilung der Contraste unzertrennlich ist.

Man erkennt übrigens auf andere Weise, daſs die Verhältnisse zwischen den Intensitäten der Empfindungen, die den verschiedenen Tinten entsprechen, wenig mit der Intensität der gemeinschaftlichen Beleuchtung dieser Tinten variiren; denn Jedermann weiſs, daſs ein Kupferstich so ziemlich derselbe bleibt, man mag ihn bei Tageslicht, bei Kerzenlicht, bei Gaslicht oder selbst im Sonnenschein betrachten. Diese so verschiedenartige Beleuchtungen bringen keine beträchtliche Veränderung in den Beziehungen zwischen den hellen und dunklen Theilen hervor, wenigstens wenn die Einbildung die allgemeinen Veränderungen des Effects nicht unterstützt. [1])

Allein, wenn das Verhältniſs der Intensitäten der von zwei ungleichen Tinten herrührenden Empfindungen unabhängig ist von dem Grade der gemeinschaftlichen Beleuchtung dieser Tinten, so gelangt man zu einer Formel, die nicht mit der von Fechner übereinstimmt. In der That, setzen wir allgemein $S = F\ (E)$, wo die Function F der Art seyn muſs, daſs für $E = 0$, auch $S = 0$, und S mit E wächst. Denken wir uns nun, wir betrachteten zwei neben einander liegende Quadrate von ungleicher Farbe, ein weiſses und ein graues, beleuchtet von einem gewissen Lichte, z. B. dem Tageslichte. Diese beiden Quadrate schicken respective zwei Lichter in das Auge, deren Intensitäten ein bestimmtes Verhältniſs r zu einander haben. Setzen wir hierauf dieselben Quadrate einem m-mal stärkerem Lichte, z. B. dem Sonnenlichte aus, so wird jedes der Quadrate dem Auge ein m-mal intensiveres Licht schicken als bei der ersten Beleuchtung, so daſs das Verhältniſs der Intensitäten dieser Lichte noch r seyn wird. Nehmen wir nun an, daſs die Intensitäten der den beiden Tinten entsprechenden Empfindungen genau ein gleiches Verhältniſs bewahren, wenn man die gemeinschaftliche Beleuchtung verändert, und geben wir dieser suc-

1) Fechner's Formel führt zu der Folgerung, daſs, wenn die gemeinschaftliche Beleuchtung variirt, die Differenzen der Empfindungen constant bleiben. Es hat mir zur Erklärung der Constanz des allgemeinen Eindrucks eines Knpferstichs natürlicher geschienen *a priori* die Constanz dieser Verhältnisse und nicht der Differenzen zwischen den Empfindungen anzunehmen.

cessiv die Werthe E', E'', E''', E'''' usw., solche, dafs der Quotient irgend eines von ihnen durch den vorhergehenden constant sey; so werden die entsprechenden Werthe von S auch so seyn, dafs der Quotient irgend eines von ihnen durch den vorhergehenden constant ist. Mit anderen Worten also, wenn E in einer geometrischen Progression wächst, wird auch S in einer solchen wachsen.

Ist nun B das erste Glied der Progression, nach welcher man E wachsen läfst, und λ der constante Factor dieser Progression, so hat man, um das $n$te Glied darzustellen, den Ausdruck

$$E = B\lambda^{n-1} \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (2)$$

Bezeichnet man ebenso mit C das erste Glied und mit μ den constanten Factor der Progression, nach welcher S wächst, so hat man für das Glied desselben Ranges dieser zweiten Progression

$$S = C\mu^{n-1}$$

Weil nun μ und λ Constante sind, ko kann man setzen $\mu = \lambda^p$, wo der Exponent p gleichfalls constant ist, und dieses giebt

$$S = C(\lambda^p)^{-n1} = C(\lambda^{n-1})^p \; . \; . \; . \; . \qquad (3)$$

Eliminirt man λ^{n-1} zwischen den Gleichungen (2) und (3), so kommt $S = \frac{B}{C^p} E^p$ oder, indem man die constante Gröfse $\frac{B}{C^p}$ durch einen einzigen Buchstaben A ersetzt,

$$S = AE^d \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (4)$$

in welcher Gleichung p kleiner als eins seyn kann.

Dies ist also die Relation, zu welcher man in der Hypothese kommt, dafs das Verhältnifs der Empfindungen zweier ungleichen Tinten unabhängig sey von der gemeinschaftlichen Beleuchtung dieser Tinten.

Das durch unsere Formel (4) ausgedrückte Gesetz weicht, wie man sieht, wesentlich ab von dem durch die Formel (1) ausgedrückten Fechner's. Diefs letztere scheint nur von einem gewissen Werthe von E ab anwendbar. Denn z. B. für $E = 0$ giebt es $S = -\infty$, was schwer zu deuten ist. Fechner freilich vermeidet diese

Schwierigkeit zum Theil durch die Betrachtung, dafs es einen sehr kleinen, jedoch endlichen Werth von E giebt, unterhalb dessen man keine Empfindung mehr gewahrt, und der also $S = 0$ entspricht. Bezeichnet man ihn durch E', so gelangt man zu der Formel

$$S = A \,.\, \log \frac{E}{E'}$$

Die Formel (4) giebt $S = 0$ für $E = 0$, allein sie gründet sich auf eine Hypothese, die vielleicht nicht ganz gerechtfertigt ist. Uebrigens mufs diese selbe Formel (4) so gut wie die Fechner'sche, jenseits einer gewissen höheren Gränze von E aufhören anwendbar zu seyn, denn wenn der Reiz zu heftig ist, ändert er das Organ, welches die Empfindung wahrnimmt.

Hier nun eine Methode, mittelst deren man gleichzeitig die vorhin besprochene Farbenscale und die diesen Farben entsprechenden Lichtintensitäten erhält, was erlaubt, die Formeln (1) und (4) auf die Probe des Experiments zu stellen.

Nach einem von Talbot aufgestellten Princip, von dem ich früher eine experimentelle Bestätigung gegeben habe [1]), weifs man, dafs, wenn man eine Pappscheibe in abwechselnd weifse und schwarze Sectoren theilt, von denen sowohl die weifsen als die schwarzen unter sich gleich sind, und man läfst nun diese Scheibe in ihre Ebene um eine centrale Axe rasch rotiren, so dafs man den Anblick einer gleichmäfsig grauen Farbe bekommt, sich die Lichtintensität des Grau zu der des Weifs verhält wie die Winkelbreite eines weifsen Sectors zu der Summe der Winkelbreiten eines weifsen und eines schwarzen Sectors.

Gesetzt nun, wir hätten statt der vollständigen schwarzen Sectoren nur Sectorenstücke zwischen dem Rande der Scheibe und einem concentrischen Kreise, der ganz weifs wäre, und hätten überdiefs die Scheibe vor einer schwarzen Fläche aufgestellt. Läfst man sie nun rotiren, so giebt die Gesammtzahl der Sectorenstücke eine graue Zone, die

1) *Bull. de l'Acad.* 1835, *T. II, pag.* 52.

zwischen dem centralen weiſsen Raum und dem schwarzen Hintergrund des Apparates liegt, und man wird den Contrast des erwähnten Grau mit dem Weiſs, und den Contrast desselben Grau mit dem Schwarz vergleichen können.

Wenn die Winkelbreite der schwarzen Stücke gleich ist der der sie trennenden weiſsen, so folgt aus dem Talbot'schen Princip, daſs die Lichtintensität der grauen Zone die Hälfte der der weiſsen seyn wird; unser Versuch zeigt nun die auffallende Thatsache, daſs das erhaltene Grau ein helleres ist, das sich dem Weiſs viel mehr nähert als dem Schwarz. Wenn also die Lichtintensität um die Hälfte geringer wird, kommt die Intensität der Empfindung lange nicht auf die Hälfte herab. Die Empfindung variirt also nach einem viel weniger raschen Gesetz als die erregende Ursache, wie es die Fechner'sche Formel will.

Es folgt daraus, wie leicht zu ersehen, daſs in unserer Formel (4) der Exponent p weit unter der Einheit liegen muſs.

Da man nun den Grad der Dunkelheit des Grau der Zone durch Abänderung der relativen Winkelbreite der schwarzen und weiſsen Sectoren beliebig modificiren kann, so wird man auch durch Probiren eine graue Tinte herstellen können, die von dem äuſseren Schwarz genau eben so weit absteht wie von dem centralen Weiſs. Wenn man hierauf eine zweite Scheibe nimmt, auf welcher man den centralen kreisförmigen Raum in schwarze und weiſse Sectoren theilt, die dasselbe Breitenverhältniſs haben, wie das, welches das intermediäre Grau lieferte, so wird man die übrig bleibende Zone in solche schwarz und weiſse Portionen theilen können, daſs sie ein intermediäres Grau zwischen dem centralen Grau und dem äuſseren Schwarz geben. Eine dritte Scheibe, die man vor einer weiſsen Fläche rotiren lieſse, könnte derart getheilt werden, daſs das Grau der Zone intermediär zwischen dem ersten Grau und dem Weiſs läge und sofort.

Durch dieses Mittel verschafft man sich also, wie durch das bereits angegebene, eine Scale von Tinten, die Empfindungen erregen, deren Verhältnisse man kennen wird. Allein die neue Scale bietet den Vorzug dar, dafs man für jede Tinte, wie schon gesagt, das Verhältnifs der Lichtstärke dieser Tinte zur Lichtstärke des Weifsen haben wird, so dafs die Scale zur Controle der Formeln dient. Jedenfalls kann man sie gebrauchen, um eine Curve zu construiren, welche zwischen ziemlich ausgedehnten Gränzen das empirische Gesetz der Empfindungen darstellt, indem man die Lichtstärken zu Abscissen und die entsprechenden Werthe der Empfindung zu Ordinaten nimmt.

Uebrigens genügt ein einziger Versuch, um sich zu versichern, ob die Formel (4) rechtmäfsig sey oder nicht. Gesetzt man habe bei blofsem Tageslicht die Scheibe verfertigt, welche ein Grau giebt, dessen Ton genau in der Mitte zwischen Weifs und Schwarz liegt. Wenn nun der Apparat dem Sonnenlicht ausgesetzt wird und das Grau der Zone scheint noch eben so weit vom Weifs als vom Schwarz abzustehen, so wird man daraus schliefsen, dafs in Wirklichkeit die Intensität der gemeinschaftlichen Beleuchtung nicht merklich auf das Verhältnifs der Empfindungen einwirkt, und dafs also die Formel (4) das wahre Gesetz mit hinreichender Annäherung ausdrückt; wenn man aber bei dieser starken Beleuchtung die relativen Breiten der weifsen und schwarzen Portionen sehr abändern mufs, um Gleicheit zwischen den beiden Contrasten zu haben, so beweist dies, dafs man von der Intensität der gemeinschaftlichen Beleuchtung nicht absehen darf und folglich die Formel (4) zu verwerfen hat.

Ehe ich diese Notiz vorlegte, hätte ich alle darin bezeichneten Versuche durch meinen Sohn und einige andere Personen ausführen lassen können . . . Allein Hr. Delboeuf, Professor an der Universität zu Lüttich, dem ich vor einiger Zeit meine ersten Resultate und die Angabe meiner Verfahrungsarten mitgetheilt hatte, war so gut das Studium dieser Aufgabe zu verfolgen. Geleitet von Betrachtungen, die ihnen eigenthümlich sind, hat er eine der Fechner'schen analoge aber nicht mit ihr identische

Formel gefunden und sie einer Reihe von Prüfungen unterworfen. Wenn die Resultate veröffentlicht seyn werden, wird man wissen, welche der drei Formeln, die von Fechner, die von Delboeuf oder die von mir, den Vorzug verdient.

XIV. *Notiz zu den Bessel'schen Pendelversuchen; von Dr. G. Lübeck.*

Assistent der Physik am Polytechnicum zu Carlsruhe.

Durch zahlreiche Versuche hat Bessel bekanntlich festgestellt, daſs Körper verschiedenen Stoffes mit gleicher Kraft von der Erde angezogen werden [1]). Er bewies dies durch Pendelbeobachtungen, bei welchen ein Hohlcylinder von Messing, in den die zu untersuchenden Körper eingeschlossen wurden, nach einander an zwei, um eine Toise verschieden langen Fäden als Pendelkörper aufgehängt war. Aus den beobachteten Schwingungszeiten berechnete er bei allen auf feste Körper bezüglichen Bestimmungen als Länge des einfachen Secundenpendels für Königsberg $440^{\mathrm{L}},8154$, mit Abweichungen, welche den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern allein zuzuschreiben sind.

Viel gröſsere Abweichungen lieferten aber die drei Bestimmungen, bei welchen der Cylinder mit Wasser gefüllt war. Die an dem längeren Pendel beobachteten Schwingungszeiten des wassergefüllten Cylinders führten allerdings auch zu einem, mit dem angegebenen hinreichend übereinstimmenden Werthe der gesuchten Constanten; dagegen ergab sich aus den Versuchen am kürzeren Pendel eine um $0^{\mathrm{L}},0318$ gröſsere Länge.

Aus den Versuchen mit dem längeren Pendel folgte somit, daſs das Wasser mit derselben Kraft, wie die festen

1) Math. Abhandlungen der Berliner Acad. vom Jahre 1830. „Versuche über die Kraft, mit welcher die Erde Körper von verschiedener Beschaffenheit anzieht."

Körper von der Erde angezogen wird; am kürzeren Pendel aber wird die Schwingungsdauer durch eine zum Cylinder relative Bewegung in der Flüssigkeit merklich verringert. Letztere hat Bessel bei Berechnung seiner Beobachtungen nicht berücksichtigt.

Dies gab Anlafs zu einer Untersuchung über den Einflufs, welchen eine reibende Flüssigkeit, die in dem Hohlraum eines Pendels enthalten ist, auf seine Bewegung ausübt[1]), und zwar habe ich dabei, um die Integration der Differentialgleichungen ausführen zu können, den Hohlraum kugelförmig wählen müssen. Gleichwohl erhielt ich das mit den Bessel'schen Versuchen übereinstimmende Resultat, dafs die Schwingungsdauer eines solchen Pendels kleiner ist, als wenn die Flüssigkeit im Hohlraume durch einen gleichmäfsigen festen Körper ersetzt wäre. Ueberschreitet jedoch die Länge des Pendelfadens eine gewisse Grenze, so wird jener Unterschied unmerklich.

Auf Anregung des Hrn. Prof. O. E. Meyer versuchte ich eine Anwendung jener Rechnung auf die Bessel-schen Versuche, wobei ich annahm, dafs die Flüssigkeitsmasse, welche aufserhalb der in den Cylinder eingeschriebenen Kugel liegt (Durchmesser und Höhe desselben sind fast gleich), während der Pendelbewegung in zur Wandung relativer Ruhe bleibe[2]). Der Kugelradius wurde mit Rücksicht auf die Mitteltemperatur des Cylinders in allen Versuchen mit Wasser ($18^0,8$ C.) gleich $10^L,99$ angenommen, da seine innere Höhe $21^L,92441$, der innere Durchmesser $22^L,01438$ beträgt. Nach den Bestimmungen von O. E. Meyer ist die Quadratwurzel des Reibungsindex für Wasser von $18^0,8$ C. : $\gamma = 0^L,44$ gesetzt worden.

Darnach ergiebt die Berechnung der 3 mit Wasser als Cylinderfüllung ausgeführten Bestimmungen, der 11., 15. und 19. der ganzen Bessel'schen Reihe, wenn man mit

1) Borchardt's Journal für Mathematik, Bd. LXVII, 1. Heft

2) Das unter dieser Annahme der Bessel'schen Rechnung hinzuzufügende Correctionsglied ergiebt sich aus Gleichung (85), der erwähnten Abhandlung in Borchardt's Journal, Bd. LXXVII, S. 35.

$440^L,8154 + \Delta$ die Länge des einfachen Secundenpendels bezeichnet, als Werthe von Δ.

	Bestimmung No.	mit dem längeren Pendel	mit dem kürzeren Pendel
		L	L
	11	— 0,0052	— 0,0018
A.	15	— 0,0025	+ 0,0202
	19	— 0,0036	+ 0,0197

Vernachlässigt man die Reibung der Flüssigkeit, setzt also $\gamma = o$, so erhält man für Δ

	Best. No.	Langes Pendel	Kurzes Pendel
		L	L
	11	— 0,0054	— 0,0035
B.	15	— 0,0027	+ 0,0186
	19	— 0,0039	+ 0,0181

Die entsprechenden Werthe von Δ, wie sie Bessel ohne einen Unterschied zwischen dem Verhalten der Flüssigkeit und dem eines gleichmaaſsigen festen Körpers anzunehmen, berechnet hat, sind:

	Best. No.	Langes Pendel	Kurzes Pendel
		L	L
	11	— 0,0031	+ 0,0172
C.	15	— 0,0003	+ 0,0394
	19	— 0,0015	+ 0,0389

Ferner sind die gröſsten und kleinsten Werthe von Δ, welche sich durch die Bestimmungen mit den festen Körpern ergeben und als aus den Beobachtungsfehlern resultirend betrachtet werden müssen, beim

langen Pendel	kurzen Pendel
L	L
+ 0,0064	+ 0,0087
und — 0,0068	und — 0,0103

Vergleicht man damit die unter A) und B) gegebenen Werthe von Δ, so erkennt man, dafs zur Darstellung der richtigen Länge des einfachen Secundenpendels die angebrachten Correctionen nicht genügen. Zugleich wird aber auch, was wichtiger ist, ersichtlich, dafs der Einflufs der inneren Reibung der Flüssigkeit im vorliegenden Falle weit innerhalb der Beobachtungsfehler liegt. Der Hauptgrund davon ist die Kleinheit des Verhältnisses von γ zum Kugelradius. In ähnlicher Weise, wie in einer capillaren Röhre das über das äufsere Niveau gehobene oder unter dasselbe gedrückte Flüssigkeitsvolumen unmerklich wird, wenn das Verhältnifs der Capillaritätsconstante zur Weite der Röhre unter eine gewisse Grenze sinkt, nimmt hier mit zunehmender Weite des Gefäfses, welches die Flüssigkeit enthält, der Einflufs ihrer Reibung bis zum Verschwinden ab. —

Damit der Fehler Δ bei der 15. und 19. Bestimmung mit dem kürzeren Pendel zwischen den oben angeführten statthaften Grenzen von $+ 0^{L},0087$ und $- 0^{L\cdot},0103$ liege, müfste der in die Rechnung einzuführende Kugeldurchmesser wenigstens um $1^{\cdot L},7$ gröfser seyn als derjenige der in den Cylinder einschiebbaren Kugel. Dies spricht gegen die Annahme, dafs die Flüssigkeit aufserhalb der dem Cylinder eingeschriebenen Kugel in zu ihm relativer Ruhe bleibe.

Defshalb habe ich den specifischen Einflufs der Flüssigkeit auf die Pendelbewegung ohne Rücksicht auf die innere Reibung, wie folgt, aufgesucht.

In den Cylinder denke man sich ein rechtwinkliges Coordinatensystem gelegt, dessen Y-Axe senkrecht auf der Ebene der Pendelbewegung steht und dessen Anfangspunkt im Cylindermittelpunkte liegt. Bedeuten u, v, w die nach den 3 Axen geschätzten Geschwindigkeitscomponenten eines Flüssigkeitstheilchens, so gelten, wenn die Flüssigkeit als eine vollkommene (nicht reibende) angenommen wird, bekanntlich die Bedingungsgleichungen

$$\frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx} = o$$

$$\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} = o \qquad \frac{dw}{dy} - \frac{dv}{dz} = o.$$

Die beiden letzten reduciren sich, wenn wir der unendlich kleinen Geschwindigkeit wegen, mit welcher der Cylinder sich parallel der X-Z-Ebene bewegt, $v = o$ setzen, auf

$$\frac{du}{dy} = o \qquad \frac{dw}{dy} = o.$$

Auf einer zur Y-Axe parallelen Geraden haben also alle Theilchen dieselbe Geschwindigkeit. Nun sei h die innere Höhe des Cylinders, 2a die Breite eines der X-Z-Ebene parallelen rechteckigen Querschnitts des Cylinders. Der diesem parallele, nach dem Mittelpunkt hin nächst benachbarte Querschnitt hat dieselbe Höhe h und die Breite $2a + 2\alpha$, wo α eine beliebig kleine Gröſse ist. Da nun $v = o$ und $\frac{du}{dy} = \frac{dw}{dy} = o$, so müſsten in der unendlich dünnen Flüssigkeitsschicht des zweiten Querschnitts die beiden seitlichen Flüssigkeitsfäden von der Breite α sich in sich selbst bewegen, die Theilchen eines jeden dieser beiden Fäden können also zu einander keine relative Bewegung haben. Fällt nun die Z-Axe mit der des Cylinders zusammen, so ergiebt sich, daſs dasselbe für die Theilchen einer der Y-Z-Ebene parallelen Schicht gilt, und weil auſserdem $\frac{du}{dx} = o$, $da \frac{dw}{dz} = o$, so verändert während der Pendelschwingungen kein Theilchen der ganzen Wassermasse seine Lage in Bezug auf seine Nachbartheilchen. Die ganze Wassermasse betheiligt sich also *gleichmäſsig* an etwaigen Translationen und Rotationen.

Der Hohlcylinder bewegt sich nun, sich selbst parallel bleibend, mit der Geschwindigkeit seines Mittelpunktes in Richtung der Pendelbahn, welche wir wegen der unendlich kleinen Amplitude der Schwingungen als geradlinig ansehen; *gleichzeitig* aber oscillirt er auch um die Y-Axe mit einer Winkelgeschwindigkeit, gleich derjenigen, mit welcher das Pendel sich bewegt.

Diese beiden gleichzeitigen Cylinderbewegungen können die Flüssigkeitsmasse nur zu einer Translation mit einer allen Theilchen gemeinsamen Geschwindigkeit U in Richtung der X-Axe veranlassen, sowie zu einer Drehung um die Y-Axe mit einer Winkelgeschwindigkeit ψ, welche ebenfalls für alle Theilchen dieselbe ist. Wird nun ψ in der Richtung als positiv angenommen, in welcher man von der positiven X-Axe auf dem kürzesten Wege zur positiven Z-Axe gelangt, so ist

$$u = U - z\psi \qquad w = x \,.\, \psi.$$

Aus der Gleichung $\frac{du}{dz} - \frac{dw}{dx} = o$ aber folgt: $\psi = o$.

Wäre demnach keine Translation des Cylinders, sondern nur die Oscillation um die Y-Axe vorhanden, so müfste die eingeschlossene Flüssigkeit in absoluter Ruhe bleiben. Dieses Resultat läfst sich mit der Nothwendigkeit, dafs im letzterwähnten Falle die Flüssigkeit an der Wandung während der Cylinderdrehung aus ihrer Lage gedrängt und bewegt wird, dadurch vereinbaren, dafs man annimmt, ψ sey eine Funktion, welche im Innern der Flüssigkeit den Werth Null hat und davon verschieden, der Cylinderdrehung entsprechende Werthe erst für die Coordinaten der Wandung erlangt. Demnach werden, wenn der Cylinder aus einer Lage in die während seiner Oscillation unmittelbar folgende übergeht, die Flüssigkeitstheilchen, deren Ort im Raume nunmehr von der Cylinderwand eingenommen wird, in den von ihr freigegebenen Raum gedrängt, ohne dafs die übrige Flüssigkeitsmasse in Bewegung geräth.

Um jetzt die Differentialgleichung für die Bewegung des Pendelsystems aufzustellen, bezeichnen wir mit m die Flüssigkeitsmasse, mit M die übrige, feste Masse des Pendels, mit l und L die Entfernungen ihrer Schwerpunkte von der Schneide. Ferner sey φ der augenblickliche Ablenkungswinkel des Pendels aus der Gleichgewichtslage, t bedeute die Zeit, g die Beschleunigung der Schwere,

$M(k^2 + L^2)$ das Trägheitsmoment von M in Bezug auf die Schneide.

Mit Ausnahme einer unendlich kleinen, der Cylinderwand anliegenden Flüssigkeitsmenge hat in jedem Moment jedes Flüssigkeitstheilchen die Geschwindigkeit des geomtrischen Cylindermittelpunktes $U = l\frac{d\varphi}{dt}$ in Richtung der geradlinigen Pendelbahn. Die Beschleunigungen, welche alle Theilchen in ihrer Bahn erfahren $\left(l\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right)$, sind demnach sämmtlich gleich und gleich gerichtet. Daher ist nach dem D'Alembert'schen Prinzip:

$$M(k^2 + L^2)\frac{d^2\varphi}{dt^2} + m\,l^2\frac{d^2\varphi}{dt^2} + g\,.\,\varphi\,.\,(M\,.\,L + m\,.\,l) = o,$$

woraus für T, die Schwingungsdauer des Pendels im luftleeren Raume, sich ergiebt

$$\frac{T^2}{\pi^2} = \frac{M(k^2 + L^2) + m\,l^2}{g\,(M\,L + m\,l)}$$

Diese Formel unterscheidet sich von der von Bessel angewandten dadurch, daſs in der Summe der Trägheitsmomente dasjenige der Flüssigkeit in Bezug auf die durch ihren Schwerpunkt zur Schneide gelegte Parallele fehlt.

Zu demselben Resultate würden wir übrigens, wenn auch auf anderem Wege, gelangen, wenn die Flüssigkeit in einem beliebigen anderen Hohlraume enthalten wäre.

Berechnen wir nach unserer Formel die Länge des einfachen Secundenpendels durch die 11., 15. und 19. Bestimmung, ebenfalls mit Anwendung sämmtlicher von Bessel gebrauchten Correctionen, so erhalten wir für Δ:

	Best. No.	Langes Pendel	Kurzes Pendel
		L	L
	11	− 0,0080	− 0,0265
D.)	15	− 0,0053	− 0,0045
	19	− 0,0064	− 0,0049

Die aus den beiden letzten Bestimmungen erhaltenen Werthe von Δ liegen innerhalb der statthaften Fehlergrenzen, dagegen werden letztere von den aus der 11. Bestimmung, besonders am kürzeren Pendel, berechneten

Werthen erheblich überschritten. Bessel selbst aber giebt die Resultate der 11. Bestimmung als unsicher an, weil bei dieser die Wasserfüllung des Cylinders nur 1564,61 Gran wog, während bei der 15. und 19. Bestimmung ihr Gewicht 1571,10 resp. 1571,54 Gran betrug.[1])

Abgesehen von einer Störung durch die eingeschlossenen Luftblasen, wird während der Versuche der 11. Bestimmung die Bewegung in der Flüssigkeit, welche den Hohlcylinder nicht vollständig ausfüllte, voraussichtlich eine andere gewesen seyn, als während der Versuche der beiden letzten Bestimmungen.

Wir haben also ohne Berücksichtigung der inneren Flüssigkeitsreibung die richtige Länge des einfachen Secundenpendels auch durch die Bestimmungen mit dem wassergefüllten Cylinder gefunden.

Carlsruhe, November 1873.

XV. *Ueber galvanische Polarisation in gasfreien Flüssigkeiten; von H. Helmholtz.*

(Aus den Monatsberichten der Akademie.)

Ich will mir erlauben, der Akademie Mittheilung zu machen von den Ergebnissen einer Reihe von Versuchen, die ich über die galvanische Polarisation des Platins angestellt habe. Diese Versuche erforderten meist sehr lange Zeit, und ich bitte deſshalb um Verzeihung, wenn ich eine Anzahl weiterer Fragen, die sich dabei aufdrängen, vorläufig unbeantwortet lassen muſs.

Es ist bekannt, daſs wenn ein Daniell'sches Zinkkupferelement durch eine Wasserzersetzungszelle mit Platinelektroden geschlossen wird, ein Strom entsteht von schnell abnehmender Stärke, der bei der gewöhnlichen Art den Versuch anzustellen, nach kurzer Zeit zwar sehr schwach wird, aber selbst nach sehr langer Zeit nicht ganz aufhört.

1) Bessel, a. a. O. pag. 98.

Wir wollen diesen Strom den *polarisirenden* nennen. Wenn wir nachher die Zersetzungsstelle von dem Daniell'schen Elemente trennen, und ihre Platinplatten mit dem Voltameter verbinden, so erhalten wir einen andern Strom, den *depolarisirenden*, der in der Zersetzungsquelle entgegengesetzte Richtung hat, als der polarisirende, und ebenfalls anfangs stark ist, unter den gewöhnlichen Bedingungen der Beobachtung aber meist bald bis zum Unwahrnehmbaren schwindet.

Es ist im Wesentlichen dieser einfache Versuch, auf den sich meine Untersuchungen beziehen. Die zu lösende Frage war: Worauf beruht die, wie es scheint, unbegrenzt lange Fortdauer des polarisirenden Stromes? In einer Kette von der angegebenen Zusammensetzung kann nämlich, *wenn nicht noch andere Veränderungen darin vorgehen*, die nach dem Faraday'schen Gesetze erfolgende elektrolytische Leitung in den Flüssigkeiten nicht zu Stande kommen ohne eine Verletzung des Gesetzes von der Erhaltung der Kraft. Wenn nämlich keine anderen Aequivalente potenzieller Energie verbraucht werden, müſste in einer solchen Kette das mechanische Aequivalent der in dem Stromkreise erzeugten Wärme gleich seyn dem Arbeitsäquivalent der bei der Elektrolyse wirksam gewordenen und verbrauchten chemischen Kräfte. Letzteres ist aber, wenn die Zersetzung nach dem Gesetze der elektrolytischen Aequivalente vor sich geht, negativ [1]), und kann also nicht einer durch den Strom zu erzeugenden positiven Wärmearbeit gleich seyn. Wasserzersetzung kann also, wenn das Faraday'sche Gesetz ausschlieſslich gültig ist,

1) Nach Andrews giebt 1 Grm. Wasserstoff, zu Wasser verbrennend, 33808 Wärmeeinheiten, nach Favre und Silbermann 34462. Für jedes Gramm Wasserstoff werden in dem Daniell'schen Elemente 32,5 Grm. Zink aufgelöst und dafür die aequivalente Menge Kupfer niedergeschlagen. Diese Menge Zink, wenn sie Kupfer aus der Verbindung mit Schwefelsäure scheidet, erzeugt nach Favre nur 23205 Wärmeeinheiten. Dem entsprechend ist auch eine elektromotorische Kraft von mindestens anderthalb Daniell's nöthig, um die schwächste dauernde Wasserzersetzung zu unterhalten.

durch ein Daniell'sches Element auch in der minimalsten Menge nicht dauernd unterhalten werden. In der That wird ein Freiwerden der Gase, welche das Wasser zusammensetzen, bei dem oben beschriebenen Versuche nicht beobachtet, wenn auch der Strom noch so lange fortdauert.

Dabei ist es wohl zu bemerken, daſs auch nicht durch Diffusion oder irgend einen der Diffusion ähnlichen Process die bei der Polarisation der Platten gegen diese hingedrängten Molekeln von Wasserstoff und Sauerstoff frei werden und sich etwa wieder unelektrisch von den Platten entfernen könnten. Ein solcher Vorgang würde schlieſslich immer wieder als Arbeitsresultat eine Wasserzersetzung ergeben, für welche keine aequivalente treibende Kraft in dem Daniell'schen Elemente gegeben wäre. Wenn, wie es wahrscheinlich ist, bei der galvanischen Polarisation der Elektroden eine veränderte Anordnung der Wasserstoff- und Sauerstoff-Atome, sey es im Inneren, sey es an den Gränzflächen der Flüssigkeit, eintritt, so werden diese Theilchen jedenfalls durch (chemische oder elektrische) Anziehungskräfte an ihrer Stelle festgehalten, bis neue hinreichend starke Kräfte zu Hülfe kommen, um sie frei zu machen. Welche Beziehungen zwischen elektrischen und chemischen Anziehungskräften man auch annehmen möge, so wird, wenn das Gesetz von der Erhaltung der Kraft gilt, eine elektrische Anziehung auf eins der Elemente, deren Potential groſs genug ist um die chemische Verwandtschaft zu überwinden, eben selbst wiederum nur durch eine Kraft von gleichem oder gröſserem Arbeitsaequivalent überwunden werden können, um das angezogene Theilchen frei beweglich in der Flüssigkeit zu machen.

Wenn nun die elektromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes in unserem Falle keine sichtbare Wasserzersetzung hervorbringt, so bringt sie doch Polarisation der Elektroden hervor, und diese ist selbst ein Arbeitsaequivalent. Denn die polarisirten Platten sind nachher, von dem polarisirenden galvanischen Element getrennt, im Stande selbstständig für eine gewisse Zeit einen elektrischen

Strom hervorzubringen, also Wärme im Leitungsdraht zu entwickeln, beziehlich bei passender Anordnung alle anderen Formen der Arbeit zu leisten, welche galvanische Ströme leisten können. Im Zustande der Polarisation haben wir es offenbar mit einer veränderten Anordnung der ponderablen Atome und der Elektricitäten in der Zersetzungszelle und an ihren Elektroden zu thun, über deren besondere Beschaffenheit wir hier weiter keine specielleren Annahmen zu machen oder Vermuthungen aufzustellen nöthig haben, so lange es sich nur um Berücksichtigung der Arbeitswerthe handelt. Der Zustand der Polarisation ist zu betrachten als ein neuer Gleichgewichtszustand, dem die Zersetzungsquelle unter dem Einflufs der Elektrisirung der Elektroden zustrebt, und der, wenn die in den Elektroden angehäufte Elektricität sich entladen kann, wieder in den Zustand elektrisch-neutralen Gleichgewichts zurückstrebt. Da aber zur Herstellung eines veränderten Gleichgewichts in einem begrenzten System von Körpern, wie die Zersetzungszelle ist, immer nur ein endlicher Betrag von Arbeit nöthig ist, so kann die Herstellung der Polarisation immer nur einen Strom von endlicher Dauer geben, oder einen solchen, dessen Intensität sich asymptotisch der Null nähert, und der polarisirende Strom könnte im Ganzen nur eben so viel Elektricität in der einen Richtung strömen machen, als der depolarisirende in der entgegengesetzten Richtung.

In so weit dies der Fall ist, — und meine Versuche zeigen, dafs man in gasfreien Flüssigkeiten und bei gasfreien Elektroden einem solchen Zustande wenigstens sehr nahe kommen kann, — wirkt die Zersetzungszelle wie ein Condensator von sehr grofser Capacität. In der That, wenn man nach der gewöhnlichen Vorstellungsweise negativ geladenen Sauerstoff der einen Elektrode, positiv geladenen Wasserstoff der anderen Elektrode genähert denkt, aber so, dafs ein Austausch der Elektricität zwischen der Elektrode und den genannten Bestandtheilen des Wassers nicht möglich ist, so wird sich auf der Elektrode selbst die entsprechende Menge der entgegengesetzten Elektricität anhäufen können, und jede Elektrode würde dann mit der Flüssigkeit einen Condensator von verschwindend kleiner Dicke der isolirenden Schicht, und eben deshalb von ungeheurer Capacität bilden. Diese Analogie ist neuerdings von den Herren Varley[1]) und Maxwell[2]) betont worden.

In der That entsprechen die Erscheinungen, die bei Einschaltung eines polarisirbaren Plattenpaares in einen Stromkreis entstehen, in ihren Hauptzügen denen, welche ein Condensator von sehr grofser Capacität darbieten würde. Der polarisirende Strom ist der Strom, welcher den Condensator ladet, der depolarisirende der, welcher ihn entladet. Man mufs sich die Capacität des Condensators nur so grofs vorstellen, dafs seine Ladung und Entladung wahrnehmbare Zeiträume, Secunden oder Minuten, in Anspruch nimmt. Herr Varley hat versucht die Capacität eines solchen Condensators zu messen; indessen wird das Folgende zeigen, dafs, wenn nicht ganz besondere Vorsichtsmaafsregeln bei den Versuchen gebraucht werden, noch andere Vorgänge eine wesentliche Rolle spielen und das Endergebnifs in hohem Grade beeinflussen können.

Die Vorgänge bei wirklichen Versuchen mit polarisirbaren Elektroden unterscheiden sich nun von denen, die an einem gut isolirten Condensator vorgehen, dadurch, dafs der ladende Strom viel länger dauert, als der entladende, langsamer abnimmt als der letzte und eigentlich nie aufhört. In dieser Beziehung erscheint eine Zelle mit polarisirbaren Platinplatten einem Condensator mit schlecht isolirender Zwischenschicht ähnlich, und selbst die Erscheinungen des elektrischen Rückstandes finden ihr Analogon in der nach jeder Unterbrechung des Stroms neu hervortretenden Verstärkung der Polarisation.

Es läge nahe, bei einer polarisirten Zersetzungszelle

1) *Proceed. Roy. Society. Jan.* 12. 1871.

2) *A Treatise on Electricity and Magnetism. Oxford* 1873. *Vol I, pag.* 322.

denselben Grund für die Fortdauer des ladenden Stroms anzunehmen, wie für einen schlecht isolirenden Condensator, nämlich die Existenz einer geringen metallartigen Leitungsfähigkeit in den elektrolysirbaren Flüssigkeiten; was eine Beschränkung der Gültigkeit von Faraday's Gesetz einschliefsen würde. Ehe wir indessen einen solchen Schlufs ziehen, ist zu untersuchen, ob nicht noch andere Veränderungen in der Flüssigkeit und in den Elektroden vor sich gehen, welche ähnliche Erfolge haben könnten. Und zwar wäre hier hauptsächlich an die Rolle zu denken, welche die in der Flüssigkeit aufgelösten oder nach Graham's Entdeckung in dem Metall der Elektroden occludirten Gase spielen können.

Es ist bekannt, dafs die galvanische Polarisation einer Platinplatte, welche als Wasserstoffelektrode in einer Zersetzungzelle dient, durch directe Berührung mit dem Sauerstoff der Luft, durch Zuleiten lufthaltigen Wassers und durch Berührung von solchen Flüssigkeiten, welche Sauerstoff chemisch gebunden enthalten, ihn aber an den ausscheidenden Wasserstoff abgeben können, vermindert oder aufgehoben wird.

Dasselbe gilt für die Sauerstoffpolarisation einer Platinplatte, wenn sie mit im Wasser gelösten Wasserstoff oder anderen chemischen Verbindungen in Berührung ist, welche Sauerstoff aufnehmen können.

Aufserdem wissen wir, dafs das Platin nach Graham's Entdeckung, wenn auch in geringerem Maafse als das Palladium, die Fähigkeit hat, Wasserstoff in seine Masse aufzunehmen. Die Aufnahme von Sauerstoff, welche wir beim geschmolzenen Silber kennen, konnte für das Platin auf chemischem Wege allerdings durch Graham nicht direct nachgewiesen werden; doch scheinen die im Folgenden zu beschreibenden Polarisations-Erscheinungen anzuzeigen, dafs für den Sauerstoff ganz ähnliche Verhältnisse wie für den Wasserstoff bestehen, und dafs nur die Menge des vom Platin zu occludirenden Sauerstoffs viel geringer ist, als die des Wasserstoffs.

Wenn nun ein elektrischer Strom durch eine Wasserzersetzungszelle geht, deren Flüssigkeit Wasserstoff gelöst enthält, oder deren Platinelektroden ihn occludirt haben, so wird an derjenigen Elektrode, zu welcher der Strom den Sauerstoff hindrängt, dieser wieder zu Wasser werden können, indem eine entsprechende Menge gelösten Wasserstoffs aus der Flüssigkeit, oder occludirten Wasserstoffs aus der Elektrode dazu verbraucht wird. Andererseits wird statt dieses bisher freien (wenigstens nicht mit Sauerstoff chemisch vereinigten) Wasserstoffs eine gleiche Menge elektrolytisch ausgeschiedenen Wasserstoffs an der anderen Elektrode wiedererscheinen, und entweder in der Flüssigkeit sich lösen, oder wenn Zeit und Raum dazu ist, in der Platinelektrode selbst hineingedrängt werden. Obgleich hierbei also Elektrolyse in der Flüssigkeit stattfindet, so kommen doch schliefslich die beiden Produkte der Elektrolyse nicht zum Vorschein; sondern das Endresultat ist, dafs freier Wasserstoff an oder in der einen Elektrode verschwindet, und an oder in der anderen in vermehrter Menge auftritt. Ich möchte mir erlauben, für diesen Vorgang, der bei den Polarisationsströmen eine hervorragende Rolle spielt, den Namen der *elektrolytischen Convection* vorzuschlagen. Es ist bei diesem Processe daher auch von der den Strom treibenden elektromotorischen Kraft nicht die Arbeit gegen die chemischen Verwandtschaftskräfte des Wasserstoffs und Sauerstoffs zu leisten, welche geleistet werden mufs, wenn Wasser in diese seine beiden Elemente endgültig getrennt werden soll, und elektrolytische Convection kann defshalb durch eine schwache elektromotorische Kraft unterhalten werden, welche durchaus nicht im Stande ist, Wasser wirklich zu zersetzen, wie zum Beispiel durch die Kraft von einem Daniell'schen Elemente.

Das Gleiche gilt, wenn die Flüssigkeit sauerstoffhaltig ist, oder die Platinplatten Sauerstoff occludirt enthalten sollten. Dann verschwindet durch die elektrolytische Convection freier Sauerstoff auf der einen Seite, während die gleiche Menge auf der anderen Seite zum Vorschein kommt.

Der auf solche Weise bei dem Vorgange der Convection an der einen Elektrode frei gewordene Wasserstoff oder Sauerstoff ist, so weit er nicht in der Elektrode occludirt wird, offenbar ebenso frei, in der Flüssigkeit zu diffundiren, durch Strömungen derselben fortgeführt zu werden, beziehlich sich als Gas zu entwickeln, wenn die Flüssigkeit gesättigt ist, wie die bei der gewöhnlichen Elektrolyse entwickelten Gase. Indem er in der Flüssigkeit diffundirt, wird er auch wieder zur anderen Elektrode gelangen können, um wieder der elektrolytischen Convection zu verfallen, und auf diese Weise in fortdauerndem Kreislaufe einen gewissen Grad elektrischer Strömung unterhalten können.

Ein Daniell'sches Element kann also in einer Wasserzersetzungszelle mit Platinelektroden nicht bloſs dann, wenn die Flüssigkeit mit der Luft in Berührung ist, einen nie aufhörenden schwachen Strom unterhalten, sondern auch in einem vollkommen abgeschlossenen Gefäſse, wenn dessen Elektroden mit Sauerstoff gesättigt sind und seine Flüssigkeit Sauerstoff aufgelöst enthält.

Der Apparat, mit dem ich Versuche in dieser Richtung angestellt habe, war ein mit einer Quecksilber-Luftpumpe verbundenes und hermetisch geschlossenes Voltameter, welches zwei groſse cylindrisch zusammengebogene Platinplatten von annähernd 180 und 300 Quadratcentimeter Fläche enthielt, die durch eingeschmolzene Platindrähte nach auſsen hin Ableitung hatten. Die Flüssigkeit in diesem Voltameter reichte nach unten bis an das Quecksilber der Pumpe, mit dem sie gehoben und gesenkt wurde, während die über der Flüssigkeit sich ansammelnden Gase durch einen besonderen Hahn immer wieder entfernt werden konnten. So war es möglich, über der Flüssigkeit immer wieder ein nur Wasserdämpfe enthaltendes Vacuum herzustellen und die Flüssigkeit allmälig von jeder Spur aufgelösten Gases zu befreien.

Sauerstoffsättigung der Platten erreicht man dadurch, dafs man mehrere Tage lang an ihnen beiden durch einen schwachen Strom, der durch einen eingeschobenen Platindraht als Wasserstoffelektrode eingeleitet wird, Sauerstoff entwickelt. Ich habe wochenlang einen nur durch elektrolytische Convection unterhaltenen Strom unter dem Einflufs eines begrenzten Sauerstoffvorrathes in hermetisch abgesperrter Flüssigkeit bestehen sehen. Charakteristisch für den Einflufs der Flüssigkeit ist hierbei, dafs jede mechanische Bewegung derselben, namentlich aber auch circulirende Bewegungen, die durch Temperaturänderungen hervorgerufen werden, den Strom erheblich verstärken. Dies fällt in gasfreien Flüssigkeiten so gut wie ganz fort.

Viel wirksamer als Sauerstoff ist in dieser Beziehung Wasserstoff, weil er sich in sehr grofser Menge in den Platten ansammeln kann. Bei reichlicher Sättigung der Platten und der Flüssigkeit mit elektrolytisch entwickeltem Wasserstoff verhält sich eine solche Zersetzungszelle gegen schwächere Ströme Stunden lang oder selbst Tage lang wie ein unpolarisirbares Element, ähnlich einer Silberlösung zwischen Silberelektroden. Man kann, trotzdem sie eingeschaltet ist, Widerstandsmessungen in ihrem Kreise mit der vollkommensten Genauigkeit ausführen, und sie zeigt nach Unterbrechung des Batteriestromes kaum eine Spur von Polarisation. Bisher ist es mir besser gelungen, diesen Zustand der Wasserstoffsättigung unter Anwendung von verdünnter Schwefelsäure als elektrolytischer Flüssigkeit hervorzurufen, denn mit destillirtem Wasser.

Die Constanz des Stromes findet aber ihr Ende, wenn durch die Convection des Wasserstoffs der Vorrath desselben in der einen Platte anfängt sparsam zu werden.

Unter diesen Bedingungen kann man auch zuweilen bei Anwendung nur eines, aber gut leitenden Daniell'schen Elements Entwickelung von Wasserstoff als Gas an der Platte beobachten, zu der er hingeführt wird, also scheinbare Wasserzersetzung. Dafs dies vorkommt, ist schon von früheren Beobachtern gesehen worden, aber ohne nähere Feststellung der Bedingungen.

Nur wenig anders verlaufen die Dinge, wenn ohne Veränderung des Zustandes der Elektroden die elektrolytische Flüssigkeit gasleer gemacht wird dadurch, dafs man sie wochenlang im Vacuum der Quecksilberpumpe erhält. Stark verdünnte Schwefelsäure gelang es mir so frei von Gas zu machen, dafs sie beim Auspumpen sich nicht mehr vom Gefäfse loslöste, sondern unter dem negativen Drucke einer Quecksilbersäule von 60 Mm. noch nicht zerrifs. Aber auch bei Anwendung von destillirtem Wasser habe ich es stets dahin bringen können, dafs die aus dem Wasser etwa noch entweichenden Spuren von Luft im Laufe von drei bis vier Tagen den Druck in dem Vacuum, dessen Volumen etwa ein Sechstel von dem der Flüssigkeit betrug, und welches nur Wasserstoff enthielt, nicht mehr in wahrnehmbarer Weise steigerten.

Auch noch unter diesen Umständen traten, wenn die Platten mit einem der beiden Gase reichlich beladen waren, Ströme ein, welche mehrere Tage dauern konnten, aber doch schliefslich bis zu nicht mehr wahrnehmbarer Stärke herabsanken. Der hierbei gebrauchte Multiplicator zeigte einen Grad Ablenkung, wenn ihn ein Strom durchflofs, der in 24 Stunden 0,03 Kubikcentimeter Wasserstoff zu entwickeln im Stande war. Ein zweiter Unterschied besteht darin, dafs, wie schon bemerkt, die Verstärkung des Stroms durch Bewegung der Flüssigkeit fortfiel.

Dagegen zeigte sich in diesen Fällen der Einflufs der in den Platinplatten occludirten Gase sehr deutlich, wenn ich die Gröfse des in ihnen beiden enthaltenen Gasvorraths veränderte. Zu dem Ende führte ich bei anfänglicher Sauerstoffbeladung der Platten an beide leitend verbundene Plattten auf elektrolytischem Wege kleine Mengen Wasserstoff. Die zweite Elektrode war das mit ein wenig Zink versetzte Quecksilber, die elektrolytische Flüssigkeit war destillirtes Wasser. Je öfter ich das that, desto kürzer wurde sowohl der Strom, den ein Daniell'sches Element in dem Voltameter hervorrief, als auch der Depolarisationsstrom nach Ausschaltung des Daniell's. Dieselben

Stadien der Stromstärke, die anfangs bei reichlicher Sauerstoffbeladung in 24 Stunden durchlaufen waren, wurden schliefslich bei möglichst gereinigten Platten in 18 Minuten durchlaufen. Führte ich aber, nachdem dieses Stadium eingetreten war, noch weiteren Wasserstoff an die Platten, so stieg wieder die Stromesdauer, weil nun Wasserstoffbeladung der Platten eintrat. Uebrigens glaube ich hierbei noch nicht das Minimum der Gasbeladung der Platten erreicht zu haben, weil auch bei dem Minimum der Stromesdauer, das ich erreichte, ein kleiner Unterschied in der Zeitdauer zu Gunsten des polarisirenden Stroms im Vergleich mit dem depolarisirenden bestehen blieb. Es ist aber eine sehr langwierige Arbeit, dieses Minimum herzustellen, weil die Gase sich im Metall aufserordentlich langsam vorwärts bewegen, wenn sie durch keine äufsere elektromotorische Kraft gedrängt werden; die letzten Reste derselben fortzuschaffen ist deshalb äufserst zeitraubend.

Um diese Langsamkeit der Gasbewegung zu zeigen, will ich nur noch Folgendes anführen: Polarisirte Platinplatten, in den gewöhnlichen lufthaltigen Flüssigkeiten stehend, verlieren ihre Polarisation anscheinend in wenigen Stunden oder selbst Minuten, wenn sie mit einander leitend verbunden werden. Auf diesem Umstande beruhte ja z. B. die Brauchbarkeit der von Hrn. du Bois-Reymond früher gebrauchten polarisirbaren Elektroden für thierisch-elektrische Versuche. Dagegen in gasfreier Flüssigkeit schwindet die Polarisation anfangs zwar schnell, später aber sehr langsam. Ich habe in einem solchen Falle den depolarisirenden Strom 16 Tage lang am Multiplicator beobachtet. Aus den elektrolytischen Aequivalenten des vorher zur Polarisirung der Platten gebrauchten Stroms und des nachher noch bestehenden Depolarisationsstroms ergab sich, dafs noch Monate vergehen mufsten, ehe ein so schwacher Strom, wie der letztgenannte, den Rest der noch vorhandenen Gasbeladungen hätte beseitigen können.

Die Erscheinungen, welche bei der Polarisation denen des Rückstandes in einer Leydener Flasche ähnlich sind, erklären sich durch die Occlusion der Gase. Wenn Wasserstoff in eine Platinplatte hineingedrängt wird und man den Strom einige Secunden unterbricht, so hat das Gas während dieser Unterbrechung Zeit, sich weiter in das Innere vorzuschieben und dadurch seine Dichtigkeit in den oberflächlichen Schichten zu vermindern. Schliefst man den Stromkreis wieder, so ist der Widerstand gegen das Eindringen neuen Wasserstoffs dadurch vermindert worden, der Strom wird stärker seyn können. Umgekehrt kann der Depolarisationsstrom das bis zur Oberfläche vorgedrungene Gas beseitigen: unterbricht man ihn, so wird der von innen langsam herandrängende Wasserstoff sich an der Oberfläche anhäufen und deren Polarisation verstärken können. Es ist bekannt, dafs hinter einer Sauerstoffpolarisation in einer Platinplatte noch gleichzeitig eine ältere Wasserstoffpolarisation bestehen kann, welche letztere zum Vorschein kommt, wenn erstere geschwunden ist, und umgekehrt.

So weit ich sehe, erklären sich die hieher gehörigen Erscheinungen ohne Schwierigkeit, wenn man für die Fortbewegung der in den Metallen occludirten Gase dieselben Gesetze wie für die Wärmeleitung annimmt.

Endlich ist zu bemerken, dafs in diesen Fällen, nachdem der condensatorische Strom verlaufen ist, d. h. die nur an der Oberfläche der Platten gebundenen Elektricitätsmengen entladen sind, weitere Strömung nur noch eintreten kann in dem Maafse, als noch Gasquanta aus dem Innern des Metalls an die Oberfläche dringen. Wenn dies nur noch sehr langsam geschieht, so wird die Stromstärke in dem Kreise so gut wie unabhängig von seinem Widerstande, so dafs in meinen Versuchen Einschaltungen von 20 bis 60 Meilen Telegraphendraht zwar für einige Secunden die Nadel des Multiplicators zurückweichen machten, sie dann aber bald wieder auf ihre frühere Ablenkung kommen liefsen. Der Widerstand des übrigen Stromkreises betrug dabei etwa nur zwei Meilen desselben Drahts; das Verhalten der bei wechselndem Widerstande im Kreise eintretenden dauernden Stromstärken war eben so, als bestände an der Oberfläche der Platten ein Uebergangswiderstand, gegen den 40 bis 60 Meilen Draht verschwindend klein waren. Dieser ungeheure scheinbare Uebergangswiderstand bestand aber nur für die gerade vorhandene Stromrichtung; so wie man einen Strom von entgegengesetzter Richtung hervorrief, war nichts von einem solchen Widerstande vorhanden. Dies gilt nicht nur für Platinelektroden, die durch ein Daniell'sches Element nahehin bis zum Maximum polarisirt sind, sondern auch für solche, die sich bis beinahe zum Verschwinden der Polarisation wieder depolarisirt haben und also ihrem natürlichen Zustande möglichst nahe gekommen sind.

XVI. *Erwiderung auf Prof. Mach's Bemerkung; von Alb. Mousson.*

Herr E. Mach hat sich in diesen Annalen Bd. CXLIX, S. 270 bemüſsigt geglaubt, mit Bezug auf meine Notiz „Ueber die Einrichtung des Dispersiometers" die Priorität der Benutzung gekreuzter Spectren zu Gunsten früherer Physiker in Anspruch zu nehmen. Diese Revindication wäre wohl überflüssig gewesen, wenn Hr. Mach sich die Mühe hätte nehmen wollen meine vollständige Notiz (Züricher Vierteljahrsheft 1872 S. 213) zu lesen. Da steht S. 221 „Der Grundsatz der gekreuzten Spectren wurde schon mehrfach zur Anwendung gebraucht, namentlich von Stokes bei seinen Untersuchungen über Fluorescenz und neuerdings von Kundt in seinen Studien über die anomale Dispersion. Es scheint mir indeſs, daſs man zur genauen Prüfung über die Dispersion noch gröſseren Nutzen daraus ziehen könne."

Der Zweck jener Notiz war übrigens lediglich auf die wesentliche Verschiedenheit des *unbekannten physischen Spectrums* und des geometrisch *genau bekannten Gitterspectrums* hinzuweisen und dieſs letztere zu brauchen, um durch Kreuzung des ersteren zu prüfen und zu analysiren, was durch Kreuzung zweier prismatischen Spectren *nicht* möglich ist. Jener Unterschied ist theoretisch längs bekannt, aber nicht recht in das practische Bewufstseyn der Physiker übergegangen; sonst hätte man längst in der Spectrometrie die Prismen durch Gitter ersetzt, und würde nicht die Scalen verschiedener Spectrometer als gleichwerthig ansehen.

Zürich, den 1. December 1873.

XVII. *Lorenz Hengler, Erfinder des Horizontalpendels.*

(Vom Prof. P. Zech in Stuttgart dem Prof. Zöllner mitgetheilt)

Lorenz Hengler wurde zu Reichenhofen den 3. Feb. 1806 geboren. Seine Aeltern betrieben auf einem Einödgütchen Landwirthschaft, und hatten 9 Kinder. Die sechs Söhne sollten jeder ein Handwerk erlernen, Lorenz jedoch wollte studiren. Endlich im 14. Jahr durfte er in die lateinische Schule in Leutkirch eintreten. Zwei Jahre später wurde er in das Gymnasium in Kempten aufgenommen, er fand Wohlthäter, welche ihm den Unterhalt möglich machten. Im 19. Jahre trat er in's Obergymnasium Ellwangen, im 21. in das neu errichtete katholische Convict in Ehingen und im 22. in das Convict zu Tübingen, wo er aber nur zwei Jahre blieb. Er ging nach München, um Mathematik und Astronomie zu studiren und das theologische Studium aufzugeben. Allein die nöthigen Geldmittel aufzubringen, um mehrere Jahre in München zuzubringen, war er nicht im Stande, obgleich er Privatunterricht gab, Luftballons verfertigte, neue Erfindungen in Musik und Optik ins Leben zu bringen suchte. Er kehrte nach zweijährigem Aufenthalt in München nach Würtemberg zurück, zunächst nach Stuttgart, um bei einem Optiker Gläser schleifen zu lernen, dann nach Tübingen, um seine theologischen Studien zu vollenden.

Im Jahre 1835 erhielt er die Priesterweihe zu Rottenburg, wurde Vicar in Höchstberg, bald Pfarrverweser in Obergriesheim, 1840 Pfarrer in Mühlhausen, O. A. Geilingen, 1849 in Tigerfeld, O. A. Münzingen. Dort starb er an einem Kehlkopfleiden am 21. April 1858. Ein treffliches, grofsartiges Fernrohr, der Vollendung nahe, konnte nicht mehr von ihm zur Ausführung gebracht werden.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

1873. ANNALEN № 12.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CL.

I. *Ueber die Fortpflanzung des Lichts in bewegten Medien; von W. Veltmann,*

Lehrer an der Baugewerkschule zu Holzminden.

Der 144. Band der *Annalen der Physik und Chemie* enthält einige Abhandlungen von Hrn. Dr. Ketteler über den Einfluſs der astronomischen Bewegungen auf die optischen Erscheinungen. In denselben wird zuerst eine Begründung des Doppler'schen Princips gegeben. Dann soll eine „erschöpfende Behandlung der Frage nach der Fortpflanzung des Lichts in bewegten Medien" (S. 127) folgen. Dieselbe besteht jedoch, statt erschöpfend zu seyn, nur in der Untersuchung folgender speciellen Fälle: 1. Die (sogenannte „physiologische") Aberration bei direçter Beobachtung eines Sterns durch ein Fernrohr (S. 288). 2. Incidenz unter dem Aberrationswinkel im Maximum auf eine Fläche eines mit dieser Fläche und mit der Einfallsebene parallel bewegten Prismas (S. 290). 3. Senkrechte Incidenz auf eine Fläche des Prismas und Bewegung des letzteren in der Richtung der Strahlen (S. 293). 4. Durchgang durch ein Prisma bei beliebiger Incidenz und Bewegungsrichtung, beide jedoch parallel zum Normalschnitt des Prismas (S. 295). 5. Reflexion von einem parallel zur Einfallsebene bewegten Spiegel (S. 364). 6. Durchgang durch ein Reflexionsprisma; Lichtstrahl und Bewegungsrichtung parallel zum Normalschnitt (S. 367). 7. Der Versuch von Boscowich (S. 368). 8. Ein Interferenzversuch (S. 372). 9. Beugungserscheinungen an Gittern (S. 558).

Ich bemerke zu den Abhandlungen des Hrn. Dr. Ketteler, so weit sie die Aberration betreffen, dafs ich schon vor einigen Jahren in den *Astronomischen Nachrichten* (Band 75 No. 1786 und Band 76 No. 1809) eine Theorie der Aberrationsvorgänge gegeben habe, welche nicht blos die vorstehenden, sondern sämmtliche möglichen Fälle umfafst, also wirklich erschöpfend ist. Auch darf ich wohl behaupten, durch meine Behandlungsweise eine gewisse Klarheit, Kürze und Bestimmtheit in den Entwickelungen erreicht zu haben. Das Verfahren des Hrn. Ketteler läfst keine unmittelbare allgemeine Anwendung zu: es ist darauf gar nicht berechnet; man mufs bei jedem besonderen Falle die Untersuchung wieder von vorne anfangen. Da sonach meine Arbeit selbst dann wohl noch einiges Interesse würde beanspruchen können, wenn sie derjenigen des Hrn. Dr. Ketteler nicht vorausgegangen, sondern gefolgt wäre, so habe ich mich veranlafst gesehen, die erwähnten, von mir in den Astronomischen Nachrichten veröffentlichten Abhandlungen, zu einer einzigen vereinigt und demgemäfs umgearbeitet, auch in diesen Annalen zu publiciren. Dieselben folgen hier ihrem Hauptinhalte nach, jedoch in wesentlich veränderter Anordnung und Darstellung, sowie auch mit verschiedenen Vervollständigungen, weiteren Anwendungen und Berichtigung einiger Ungenauigkeiten.

Als Bradley die Aberration der Fixsterne entdeckte, war in der Lichtlehre noch die Emissionstheorie allgemein herrschend. Diese lieferte eine sehr einfache Erklärung derselben und hätte ohne weitere Hypothesen eine ebenso einfache Grundlage abgeben können für die bei den astronomischen Beobachtungen nöthigen Correctionen wegen Aberration sowie auch für die Berücksichtigung oder vielmehr Nichtberücksichtigung der letzteren bei optischen Versuchen.

Um nämlich den Gang eines auf seinem Wege der Reflexion oder Brechung unterworfenen Lichttheilchens zu verfolgen, im Falle, dafs die reflectirenden und brechenden

Körper bewegt waren, brauchte man blos auf die *relative* Bewegung des Lichttheilchens gegen die bewegten Medien die gewöhnlichen Brechungs- und Reflexionsgesetze anzuwenden. War also z. B. ein Lichtstrahl in irgend einer Weise von spiegelnden Flächen zurückgeworfen, durch Prismen etc. hindurch gegangen, die sich mit der Erde bewegten und wurde nun schliefslich die relative Richtung des Strahls beobachtet, so hatte man blos hieraus die ursprüngliche relative Richtung nach den gewöhnlichen Gesetzen der Optik zu berechnen und daran dann die Correction wegen Aberration genau auf dieselbe Weise anzubringen, als wäre sie unmittelbar beobachtet worden. Ebenso konnten auch bei optischen Versuchen die Richtungsänderungen dieser relativen Bewegung durch Reflexion und Brechung, gleiche Anfangsrichtung zu den als starres System bewegten Medien vorausgesetzt, nicht verschieden seyn von denjenigen der absoluten in der Ruhe.

Dieses einfache Verhältnifs der Aberrationserscheinungen zur Emissionstheorie wurde jedoch nicht erkannt; vielmehr vermuthete man auf Grund derselben einen Einflufs der Bewegung der Erde auf die Resultate optischer Experimente und suchte einen solchen thatsächlich nachzuweisen. Arago wählte hierzu das Minimum der Ablenkung in einem Prisma, fand dasselbe jedoch seiner Erwartung entgegen ganz gleich, mochte die Erde sich nach dem beobachteten Stern hin oder von demselben abwärts bewegen. Fresnel suchte dieses Resultat in Uebereinstimmung zu bringen mit der Vibrationstheorie, sah sich aber hierbei zur Aufstellung einer besonderen Hypothese genöthigt, die zwar hinsichtlich ihrer physikalischen Begründung selbst wieder unübersteigliche Schwierigkeiten darbietet, im Uebrigen aber ihrem Zwecke genügt. Man scheint jedoch diese Hypothese bisher nur zur Erklärung einzelner specieller Fälle benutzt zu haben und zwar in der Weise, dafs dabei immer eine Compensation der verschiedenen Abweichungen der Richtungsänderungen der *Wellennormale* von denjenigen in der Ruhe nachgewiesen wird. So hat z. B

Fresnel gezeigt, dafs wenn ein Stern, der sich in der Bewegungsrichtung der Erde befindet, mittelst eines Fernrohrs durch ein Prisma beobachtet wird, wie bei dem Versuche von Arago, die durch die Bewegung der Erde herbeigeführte Aenderung der Ablenkung durch die Aberration in dem Fernrohr genau aufgehoben wird. Hierdurch erhält man jedoch keine klare Einsicht in das eigentliche Wesen der Fresnel'schen Hypothese und keine allgemeine Begründung des Verfahrens der Astronomen bei der Correction wegen Aberration. Eine solche würde auch auf dem Wege, welchen Fresnel eingeschlagen hat, und der schon in dem obigen einfachen Falle äufserst weitläufig ist, kaum ausführbare Rechnungen erfordern. Ich hoffe daher zur Erledigung der hiermit in Verhindung stehenden Fragen Einiges beizutragen, wenn ich im Folgenden diesen Gegenstand aus einem Gesichtspunkte behandle, den ich wohl als den einzig geeigneten bezeichnen kann, denselben ins rechte Licht zu setzen. Dieser Gesichtspunkt ist einfach derjenige der relativen Bewegung mit den Modificationen, welche dadurch bedingt sind, dafs es sich hier nicht, wie in der Emissionstheorie, um eine fortschreitende Bewegung der einzelnen Aethertheilchen, sondern um Fortpflanzung der Bewegung von Theilchen zu Theilchen handelt. Ich werde zeigen, dafs auch die aus der Vibrationstheorie folgenden Gesetze der Lichtbewegung in ruhenden Medien *bedingungsweise* für die relative bei bewegten Medien gelten und dafs die hierzu nothwendige und genügende Bedingung die Voraussetzung der Fresnel'schen Hypothese ist.

Wenn ein durchsichtiger Körper, in welchem eine Wellenbewegung des Lichtäthers stattfindet, sich bewegt, so ist die einfachste Vorstellung von dem Einflusse der Bewegung des Körpers auf diejenige des Lichts diese, dafs der Aether und also auch die in demselben stattfindenden Vibrationen ohne eine Veränderung der letzteren an sich mit fortbewegt werden. Die Richtung dieser Bewegung ist nothwendig diejenige der Bewegung des Körpers; die

Geschwindigkeit aber kann möglicherweise eine andere seyn. In letzterem Falle setzt sich die Bewegung des Lichts aus drei Componenten zusammen, der Fortpflanzung desselben im Aether, der Bewegung des Aethers in dem Medium und der Bewegung des Mediums im Raum. Je nachdem wir von diesen Componenten blos die erste oder die erste und zweite oder alle drei nehmen, erhalten wir eine dreifache Bewegung des Lichts, nämlich diejenige im Aether, diesen als ruhend betrachtet, diejenige in dem Medium, letzteres als ruhend betrachtet und die Bewegung im Raume. Wir unterscheiden daher 1) die absolute Bewegung desselben im Aether, 2) die relative in dem Medium, 3) die wirkliche im Raume.

Man lege durch einen Punkt eines Raumes, in welchem Lichtbewegung stattfindet, in irgend einem Augenblick eine Fläche gleicher Schwingungsphase, schneide aus derselben ein Stück heraus, welches den Punkt enthält und bestimme durch Huyghers'sche Constructionen dessen Fortpflanzung. Es wird in jeder folgenden Lage eine begränzte Fläche seyn und der Weg desselben ist also ein Raum von bestimmter Form. Läſst man das Flächenstück sich verkleinern, so verengt sich auch dieser Raum und in der Gränze, wo ersteres sich auf den Punkt reducire, wird letzterer eine Linie. Diese Linie ist der in jenem Augenblick durch jenen Punkt gehende dem betreffenden Wellensystem angehörige Lichtstrahl. Um diese Begriffsbestimmung in wenigen Worten zusammenzufassen, so ist also der in einem bestimmten Augenblick durch einen bestimmten Punkt gehende Lichtstrahl der Weg eines in demselben Augenblick von jenem Punkt aus sich fortpflanzenden Wellenelements. Je nachdem man diesen Weg in dem als ruhend betrachteten Aether, in dem als ruhend betrachteten Medium oder im Raume nimmt, erhält man den *absoluten Strahl*, den *relativen* Strahl oder den *wirklichen* Strahl.

Es sey nun AB Fig. 1 Taf. VIII die Trennungsfläche zweier Medien, die sich mit der Geschwindigkeit c in der Richtung von B gegen A bewegen. CD sey die zu AB senkrechte Richtung, in welcher sich zu AB parallele Lichtwellen mit der Geschwindigkeit v in dem oberen Medium fortpflanzen. An der Bewegung des letzteren werden dieselben mit einer Geschwindigkeit $\overline{\overline{<}} c$, also etwa $= c - u$ theilnehmen. Der Aether verschiebt sich also relativ gegen das Medium mit einer Geschwindigkeit $= u$ nach rechts. Dieselbe mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v zusammengesetzt, liefert eine resultirende relative Bewegung, deren zum Einfallsloth unter dem Winkel α geneigte Richtung gegeben ist durch

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{u}{v}.$$

Ein im Punkte C genommenes Wellenelement gelangt also nach F und tritt hier in das zweite Mittel ein, behält aber hierbei seine parallele Lage gegen AB und also auch seine zu AB senkrechte Fortpflanzung. Die Geschwindigkeit der letzteren sey hier v_1, die relative Geschwindigkeit nach rechts u_1, so daſs also der Aether an der Bewegung des unteren Mediums mit der Geschwindigkeit $c - u_1$ theilnimmt. Für den gegen das Loth unter dem Winkel α_1 geneigten relativen Strahl FG ist demnach:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{u_1}{v_1}.$$

Man hat also:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{u v_1}{u_1 v}$$

oder wenn man voraussetzt, daſs c und also auch u und u_1 gegen v und v_1 sehr klein sind, was in der Wirklichkeit immer der Fall ist,

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1} = \frac{u v}{u_1 v}.$$

Wendet man dagegen auf die Winkel α und α_1 der relativen Strahlen das Brechungsgesetz mit dem gewöhnlichen Werthe des Brechungsexponenten an, so hat man:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_1} = \frac{v}{v_1}.$$

Soll diese Beziehung mit der vorigen übereinstimmen, so mufs

$$\frac{v}{v'} = \frac{u v_1}{u_1 v},$$

also

$$\frac{u}{u_1} = \frac{v^2}{v_1^2}$$

seyn, d. h. die Gröfsen, um welche der Lichtäther hinter den Medien zurückbleibt, müssen sich verhalten wie die Quadrate der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten. Ist das nntere Medium der leere Raum, so ist $u_1 = c$. Nennt man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in demselben g, so ist also

$$\frac{u}{c} = \frac{v^2}{g^2},$$

und

$$u = \frac{v^2}{g^2} c.$$

Die Geschwindigkeit, mit welcher die Lichtbewegung an der Translation des Mediums theilnimmt, ist demnach:

$$= c - \frac{v^2}{g^2} c = \frac{g^2 - v^2}{g^2} c.$$

Dies ist aber die Fresnel'sche Hypothese ihrem mathematischen Ausdruck nach. Die Betrachtungen, durch welche Fresnel derselben eine physikalische Grundlage zu geben suchte, sind ohne Werth und bleiben defshalb hier unberücksichtigt.

Ich gehe jetzt zu dem allgemeineren Falle über, wo die Fortpflanzung des Lichts und die Bewegung der Medien in einer zur Gränzfläche der letzteren senkrechten Ebene beliebige Richtungen haben.

AB Fig. 2, Taf. VIII sey die Gränzfläche der Medien, CD_1 eine aus dem oberen in das untere übergehende Lichtwelle. Der mit $\alpha + \gamma$ bezeichnete Winkel, in welchen hinein das Licht sich fortpflanzt, ist im Allgemeinen ein spitzer; er kann aber $= 90^0$ oder auch etwas gröfser seyn als 90^0, wo dann nicht bei jeder Gröfse und Richtung der

Bewegung der Medien das Licht aus dem oberen in das untere Medium übergeht. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit sey in dem oberen Medium v, in dem unteren v_1. Die Medien sollen mit der im Verhältnifs zu v und v_1 sehr kleinen Geschwindigkeit c in der Richtung $F_1 \twoheadrightarrow F$ unter dem von rechts nach links sich öffnenden Winkel φ gegen $D_1 D$ sich bewegen und das Licht an dieser Bewegung mit der Geschwindigkeit $c - u$ in dem oberen, mit $c - u_1$ in dem unteren Mittel theilnehmen. Die relative Verschiebung der Lichtbewegung gegen die Medien findet also in der Richtung $F \twoheadrightarrow F_1$ mit den Geschwindigkeiten u und u_1 statt.

Der Punkt C sey derjenige Punkt der Welle, welcher nach der Zeiteinheit die Fläche AB erreicht. Um den relativen Weg des Wellenelementes C zu erhalten, nehme man auf dem zu C gehörigen absoluten Strahl die Strecke $CE = v$, so liefert die zu FF_1 parallele ED auf AB den Punkt D, welchen das Wellenelement nach der Zeiteinheit erreicht. Es ist demnach $ED = u$; die Linie CD (sie sey $= w$) aber ist der relative Weg des Wellentheilchens C oder der einfallende relative Strahl.

Das Wellenelement D_1 bewegt sich während dessen in dem unteren Medium. Um die Bewegung desselben zu erhalten, nehme man $D_1 E_1 = u_1$ parallel zu FF_1 und ziehe die Linie DC_1 so, dafs der Punkt E_1 um $E_1 C_1 = v_1$ von DC_1 absteht; so ist $D_1 C_1$ ($= w_1$) der relative Weg des Wellenelementes D_1 oder der relative gebrochene Strahl. Im Punkte D_1 wird nämlich eine Elementarwelle erregt, welche in der Zeiteinheit einen Radius $= v_1$ erhält und da dieselbe sich parallel zu FF_1 um u_1 verschiebt, so wird ihr Mittelpunkt von D_1 nach E_1 kommen. Man erhält also diese Elementarwelle, indem man um E_1 mit $E_1 C_1 = v_1$ einen Kreis schlägt. Die Linie CD_1 ist die gemeinschaftliche Tangente dieser, sowie der zwischen D und D_1 erregten Huyghens'schen Wellen. Es ist demnach DC_1 die Lage der Wellenfläche in dem zweiten Mittel nach der Zeiteinheit, $E_1 C_1$ die absolute Richtung der Wellenbewegung und $D_1 E_1$ nebst $E_1 C_1$ die Componenten der relativen Bewegung des Lichts in dem zweiten Mittel.

DG und $D_1 G_1$ mögen das Einfallsloth repräsentiren; α und α_1 sind dessen Winkel mit dem einfallenden und dem gebrochenen relativen Strahl. Bei nahezu senkrechter Incidenz kann der Strahl CD rechts von CF liegen, also α negativ seyn. Die Winkel γ und δ können ebenfalls je nach der Bewegungsrichtung positiv oder negativ seyn. Sie sind positiv, wenn φ zwischen $\alpha + \gamma + 90^0$ und $\alpha + \gamma - 90^0$ liegt, negativ für die übrigen Werthe von φ.

Bezeichnet man die Linie DD_1 mit x, so ist,

$$x = \frac{w \cos \gamma}{\sin (\alpha + \gamma)},$$

also

$$\frac{1}{x} = \frac{\sin (\alpha + \gamma)}{w \cos \gamma} = \frac{\sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma}{w \cos \gamma}.$$

Nun ist:

$$w = v \cos \gamma + u \cos \delta = v \cos \gamma + u \sin (\varphi - \alpha)$$

und

$$\sin \gamma = \frac{u \sin \delta}{v} = \frac{u \cos (\varphi - x)}{v}.$$

Setzt man diese Werthe von w und $\sin \gamma$ in den Ausdruck für $\frac{1}{x}$, so wird:

$$\frac{1}{x} = \frac{\sin \alpha \cos \gamma + \frac{u}{v} \cos \alpha \cos (\varphi - \alpha)}{[v \cos \gamma + u \sin (\varphi - \alpha)] \cos \gamma}.$$

Der Winkel γ ist von der Ordnung der Gröfse $\frac{u}{v}$. Mit einem Fehler von der Ordnung $\frac{u^2}{v^2}$ ist also $\cos \gamma = 1$ und man sieht nun leicht, dafs dann der Fehler des Ausdruckes für $\frac{1}{x}$ von der dritten Ordnung $\frac{u^2}{v^3}$ wird. Man kann daher setzen:

$$\frac{1}{x} = \frac{\sin\alpha + \frac{u}{v}\cos\alpha\cos(\varphi-\alpha)}{v + u\sin(\varphi-\alpha)} + \frac{u^2}{v^3} f$$

$$= \frac{\sin\alpha}{v} + \frac{\frac{u}{v}\cos\alpha\cos(\varphi-\alpha) - \frac{u}{v}\sin\alpha\sin(\varphi-\alpha)}{v + u\sin(\varphi-\alpha)} + \frac{u^2}{v^3} f$$

$$= \frac{\sin\alpha}{v} + \frac{\frac{u}{v^2}\cos\varphi}{1 + \frac{u}{v}\sin(\varphi-\alpha)} + \frac{u^2}{v^3} f.$$

Da ferner bis auf Gröſsen der zweiten Ordnung:

$$\frac{1}{1 + \frac{u}{v}\sin(\varphi-\alpha)} = 1 - \frac{u}{v}\sin(\varphi-\alpha),$$

so ist mit Vernachlässigung einer Gröſse von der vierten Ordnung:

$$\frac{1}{x} = \frac{\sin\alpha}{v} + \frac{u}{v^2}\cos\varphi - \frac{u^2}{v^3}\cos\varphi\sin(\varphi-\alpha) + \frac{u^2}{v^3} f$$

$$= \frac{\sin\alpha}{v} + \frac{u}{v^2}\cos\varphi + \frac{u^2}{v^3} k,$$

wo f und k mit der Einheit vergleichbare Gröſsen sind.

Auf gleiche Weise erhält man für den gebrochenen Strahl, da die geometrischen Beziehungen hier ganz dieselben sind, falls man φ jetzt den Winkel von $F \twoheadrightarrow F_1$ mit $B \twoheadrightarrow A$ nennt:

$$\frac{1}{x} = \frac{\sin\alpha_1}{v_1} + \frac{u_1}{v_1^2}\cos\varphi + \frac{u_1^2}{v_1^3} k_1.$$

Die Gleichsetzung der beiden Werthe von $\frac{1}{x}$ gibt:

$$\frac{\sin\alpha}{v} + \frac{u}{v^2}\cos\varphi + \frac{u^2}{v^3} k = \frac{\sin\alpha_1}{v_1} + \frac{u_1}{v_1^2}\cos\varphi + \frac{u_1^2}{v_1^3} k_1,$$

woraus folgt:

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_1 + v\left(\frac{u_1}{v_1^2} - \frac{u}{v^2}\right)\cos\varphi + v\left(\frac{u_1^2}{v_1^3} k_1 - \frac{u^2}{v^3} k\right).$$

Mit einem Fehler von der zweiten Ordnung hat man demnach

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_1 + v\left(\frac{u_1}{v_1^2} - \frac{u}{v^3}\right)\cos\varphi. \tag{1}$$

Das zweite Glied rechts ist mit Ausnahme des besonderen Falles, wo φ so nahe $= \pm 90^0$ ist, dafs $\cos\varphi$ mit $\frac{u}{v}$ vergleichbar wird, eine Gröfse von der ersten Ordnung. Soll es weggelassen werden dürfen, so mufs also im Allgemeinen

$$\frac{u_1}{v_1^2} = \frac{u}{v^2}$$

seyn, also wie in dem früheren speciellen Falle die Fresnel'sche Hypothese stattfinden. Es ist dann

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_1.$$

Für die relativen Einfalls- und Brechungswinkel gilt demnach bei zur Einfallsebene parallel bewegten Medien unter Voraussetzung der Fresnel'schen Hypothese das nämliche Snellius'sche Gesetz, wie für die Brechung in ruhenden Medien und auch der Brechungsexponent ist derselbe.

Um jetzt den Beweis dieses Satzes auch für den Fall einer beliebigen anderen Bewegungsrichtung zu führen, so sey in Fig. 3 Taf. VIII F_1F nicht diese Richtung selbst, sondern die Projection derselben auf die Einfallsebene CD_1D der absoluten Strahlen. Ebenso seyen u und u_1 die Projectionen der durch diese Buchstaben früher bezeichneten Geschwindigkeiten, welche wir jetzt u' und u'_1 nennen wollen, auf jene Ebene. Dann ist $CD\,(=w)$ nicht der relative Strahl, sondern nur die in der Ebene CD_1D liegende Componente desselben, welche noch mit einer zweiten Componente DD' zusammengesetzt werden mufs, die im Punkte D auf CDD_1 senkreeht und $= u'\sin\vartheta$ ist, wenn ϑ den Winkel der Bewegungsrichtung mit der Ebene CDD_1 bezeichnet. Für die Bewegung der Wellenfläche kommt diese zu derselben parallelen Componente nicht in Betracht, da sie nur eine Verschiebung der ganzen Wellenbewegung zur Seite bewirkt. Die Construction zur Ermittelung der Lage der Wellenfläche in dem zweiten Mittel ist daher genau dieselbe, wie Fig. 2 Taf. VIII, und es findet deshalb auch die dort erhaltene Beziehung (Gl. 1) statt:

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_1 + v\left(\frac{u_1}{v_1^2} - \frac{u}{v_2}\right)\cos\varphi.$$

Da aber jetzt $u = u' \cos\vartheta$ und $u_1 = u'_1 \cos\vartheta$, so wird:

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_1 + v\left(\frac{u'_1}{v_1^2} - \frac{u'}{v^2}\right)\cos\vartheta\cos\varphi. \quad (2)$$

Die Fig. 3, Taf. VIII enthält auch die Construction für den reflectirten Strahl unter der Voraussetzung, daſs für diesen das erste Mittel die Eigenschaften des zweiten habe. Die reflectirte Welle ist dann die zweite Tangente an die von D_1 ausgegangene Elementarwelle. In den früheren und auch den noch folgenden Entwickelungen hat man nun bei der Anwendung auf die Reflexion für α_1 den *Brechungswinkel* des reflectirten relativen Strahls zu setzen, von dem der Reflexionswinkel das Supplement ist. Die wirkliche Reflexion erhält man, wenn man $v = v_1$, und $u = u_1$ setzt.

Soll in Gleich. 2 das zweite Glied rechts $= 0$ seyn, so muſs entweder

$$\cos\vartheta = 0$$

oder

$$\cos\varphi = 0$$

oder

$$\frac{u'_1}{v_1^2} - \frac{u'}{v^2} = 0$$

seyn. Im ersten Falle ist die Bewegungsrichtung senkrecht zur Einfallsebene der absoluten Strahlen, im zweiten parallel zum Einfallsloth; der dritte Fall setzt die Fresnel'sche Hypothese voraus. In allen diesen Fällen ist also

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_2. \quad (3)$$

Bezeichnen wir mit w' die Geschwindigkeit des einfallenden relativen Strahls, also die Länge CD' (Fig. 3, Taf. VIII) desselben vom Punkte C bis zur brechenden Fläche, mit α' den Einfallswinkel dieses Strahls und mit h das Loth von C auf AB, so ist:

$$\cos\alpha' = \frac{h}{w'} = \frac{w\cos\alpha}{\sqrt{w^2 + (u'\sin\vartheta)^2}} = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1 + \left(\frac{u'}{w}\sin\vartheta\right)^2}}$$

woraus folgt:

$$\sin \alpha' = \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha + \left(\frac{u'}{w} \sin \vartheta\right)^2}{1 + \left(\frac{u'}{w} \sin \vartheta\right)^2}}. \tag{4}$$

Die sehr kleine Gröfse der zweiten Ordnung $\left(\frac{u'}{w} \sin \vartheta\right)^2$ darf man im Divisor weglassen, im Dividenden aber für den Fall, dafs α sehr klein wäre, nicht. Jedoch darf man dort $w\,(= v + u' \cos \vartheta \sin [\varphi - \alpha]) = v$ nehmen. Setzt man zugleich $\frac{v^2}{g^2}\, c$ für u', so hat man:

$$\sin \alpha' = \sqrt{\sin^2 \alpha + \left(\frac{v}{g^2}\, c \sin \vartheta\right)^2}.$$

Auf gleiche Weise erhält man

$$\sin \alpha'_1 = \sqrt{\sin^2 \alpha_1 + \left(\frac{v_1}{g^2}\, c \sin \vartheta\right)^2}.$$

Multiplicirt man erstere Gleichung mit v_1, letztere mit v und subtrahirt, so kommt:

$$v_1 \sin \alpha' - v \sin \alpha'_1 = \sqrt{v_1^2 \sin^2 \alpha + \left(\frac{v v_1}{g^2}\, c \sin \vartheta\right)^2}$$
$$- \sqrt{v_2 \sin^2 \alpha_1 + \left(\frac{v v_1}{g^2}\, c \sin \vartheta\right)^2}.$$

Die rechte Seite ist $= 0$, da nach (3)

$$v_1 \sin \alpha = v \sin \alpha_1;$$

mithin ist auch

$$v_1 \sin \alpha' - v \sin \alpha'_1 = 0,$$

oder

$$\sin \alpha' = \frac{v}{v_1} \sin \alpha'_1.$$

Das Verhältnifs der Sinus ist also dasselbe wie bei der Brechung in der Ruhe. Es fragt sich nun noch, ob auch die beiden Strahlen in derselbsn Ebene liegen.

Die relative Einfallsebene $CD'P$ bildet mit der absoluten einen Winkel ε, dessen Tangente

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{u' \sin \vartheta}{w \sin \alpha}. \tag{5}$$

Setzt man hier, indem man eine Gröſse von (im Allgemeinen) der zweiten Ordnung vernachlässigt, v statt w und nach der Fresnel'schen Annahme $\frac{v^2}{g^2}c$ statt u', so wird

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{v}{\sin\alpha}\frac{c}{g^2}\sin\vartheta.$$

Ebenso erhält man für den entsprechenden Winkel der Brechungsebene

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{v_2}{\sin\alpha_1}\frac{c}{g^2}\sin\vartheta.$$

Da nun nach (3)

$$\frac{v}{\sin\alpha} = \frac{v_1}{\sin\alpha_1},$$

so ist $\operatorname{tg}\varepsilon = \operatorname{tg}\varepsilon_1$.

Wenn α und α_1 sehr klein, vergleichbar mit $\frac{c}{g}$ sind, so werden $\operatorname{tg}\varepsilon$ und $\operatorname{tg}\varepsilon_1$ so groſs, daſs die durch Gleichsetzung von v und w, sowie von v_1 und w_1 entstehenden Fehler und daher auch der Unterschied der beiden Winkel ε und ε_1 von der ersten Ordnung werden. Der wirkliche relative Strahl und diejenige Richtung, die er erhält, wenn bei unverändertem Winkel desselben mit dem Loth die Brechungsebene durch Drehung um letzteres in die Lage der Einfallsebene gebracht wird, bilden dann mit dem Loth ein körperliches Dreieck, in welchem zwei Seiten (beide $= \alpha_1$) und der Winkel derselben ($= \varepsilon - \varepsilon_1$) kleine Gröſsen von der ersten Ordnung sind, woraus dann folgt, daſs die diesem Winkel gegenüberliegende Seite (d. h. der Winkel jener beiden Richtungen) eine kleine Gröſse von der zweiten Ordnung ist. In jedem Falle weicht also nur um eine solche der gebrochene relative Strahl von der nach den gewöhnlichen Brechungsgesetzen sich ergebenden Richtung ab.

Die Fresnel'sche Hypothese ist also in der That weiter nichts als die nothwendige und genügende Bedingung der Anwendbarkeit der aus der Vibrationstheorie folgenden Gesetze der Strahlenablenkung in ruhenden Medien auf die relativen Strahlen bei bewegten Medien. Die Nothwendigkeit derselben findet übrigens nur für die Brechung statt; das Reflexionsgesetz gilt für die relative Bewegung ohne irgend eine besondere Hypothese. Denn wenn man $v = v_1$ und $u' = u'_1$ setzt, so folgt aus Gleichung (2) stets

$$\sin\alpha = \sin\alpha_1.$$

Ferner ist dann $w = w_1$, und nach Gleichung (4) und der entsprechenden für α'_1:

$$\sin\alpha' = \sin\alpha'_1;$$

endlich nach Gleichung (5) und der entsprechenden für ε_1:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \operatorname{tg}\varepsilon_1.$$

Für die absoluten Strahlen gelten im Allgemeinen die gewöhnlichen Brechungs- und Reflexionsgesetze nicht. Um zu bestimmen, wann sie auch für diese stattfinden, so seyen β und β_1 in Fig. 3, Taf. VIII die absoluten Einfalls- und Brechungswinkel. Es ist

$$\beta = \alpha + \gamma,$$

also mit offenbar zulässigem Fehler:

$$\sin\beta = \sin\alpha + \cos\alpha \sin\gamma.$$

Ebenso ist

$$\sin\beta_1 = \sin\alpha_1 + \cos\alpha_1 \sin\gamma_1.$$

Multiplicirt man diese beiden Gleichungen resp. mit v_1 und v, subtrahirt und wendet dann in der weiteren Entwickelung die früheren Beziehungen

$$\sin\gamma = \frac{u}{v}\cos(\varphi - \alpha) \text{ und } u = u'\cos\vartheta = \frac{v^2}{g^2}c\cos\vartheta$$

sowie die entsprechenden für γ_1 etc. an, so erhält man:

$$v_1\sin\beta - v\sin\beta_1 = v_1\cos\alpha\sin\gamma - v\cos\alpha_1\sin\gamma_1$$

$$= \frac{uv_1}{v}\cos\alpha\cos(\varphi-\alpha) - \frac{u_1 v}{v_1}\cos\alpha_1\cos(\varphi-\alpha_1)$$

$$= \left[\frac{vv^1}{g^2}\cos\alpha\cos(\varphi-\alpha) - \frac{vv_1}{g^2}\cos\alpha_1\cos(\varphi-\alpha_1)\right]c\cos\vartheta$$

$$= \frac{1}{2}\frac{vv_1}{g^2}\Big(\cos(\varphi-2\alpha) - \cos(\varphi-2\alpha_1)\Big)c\cos\vartheta$$

$$= \frac{vv_1}{g^2}\sin(\varphi-\alpha-\alpha_2)\sin(\alpha-\alpha_1)\,c\cos\vartheta,$$

mithin

$$\sin\beta - \frac{v}{v_1}\sin\beta_1 = \frac{v}{g^2}\sin(\varphi - \alpha - \alpha_1)\sin(\alpha - \alpha_1)\, c\cos\vartheta$$

Die Entwickelung gilt, mit anderer Bedeutung von g, auch für die Reflexion, da nämlich für diese $v = v_1$ und $u' = u'_1$, so darf man hier

$$u' = u'_1 = \frac{v^2}{g^2} = \frac{v_1^2}{g^2}$$

setzen, wenn man unter g nicht die Geschwindigkeit des Lichts versteht, sondern eine Gröſse, deren Werth dahingestellt bleibt.

Damit in obiger Gleichung die Gröſse rechts von der zweiten Ordnung sey, muſs entweder $\sin(\varphi - \alpha - \alpha_1)$ oder $\sin(\alpha - \alpha_1)$ sehr klein seyn. In letzterem Falle, welcher allein von einigem Interesse ist, also bei nahezu senkrechter Incidenz hat man daher auch für die absoluten Strahlen bei der Brechung

$$\frac{\sin\beta}{\sin\beta_1} = \frac{v}{v_1}$$

und bei der Reflexion

$$\sin\beta = \sin\beta_1.$$

Bei der Brechung in der Ruhe kann das Licht seinen Weg in umgekehrter Richtung durchlaufen; macht man den gebrochenen Strahl zum einfallenden, so wird der einfallende zum gebrochenen. Die Construction in Fig. 3 dagegen ist nicht ohne Weiteres in dieser Weise umkehrbar; sie ist es nur dann, wenn man auch zugleich den Medien die entgegengesetzte Bewegung giebt. Aus Gleichung (2)

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_1 + v\left(\frac{u'_2}{v_1^2} - \frac{u'}{\alpha_2}\right)\cos\vartheta\,\cos\varphi,$$

folgt zwar

$$\sin\alpha_1 = \frac{v_1}{v}\sin\alpha + v_1\left(\frac{u'}{v^2} - \frac{u'_1}{v_1^2}\right)\cos\vartheta\,\cos\varphi,$$

eine Gleichung, in der für $\alpha, \alpha_1, v, v_1, u', u'_1$ die der Vertauschung der Medien entsprechenden Umtauschungen stattgefunden haben. Dagegen ist der Winkel φ nicht mit dem entsprechenden vertauscht worden: denn dieser würde der

Winkel $180^0 \pm \varphi$ seyn, welchen die zu AB parallele von rechts nach links gehende Componente der relativen Fortschreitung der als einfallend gedachten Welle DC_1 mit der Bewegungsrichtung F_1F der Medien macht. Hieraus ergiebt sich die Regel: „Die Gleichung (2), in welchen α, v, u' dem einen, α_1, v_1, u'_1 dem anderen Medium angehören, gilt sowohl, wenn α der Einfalls- und α_1 der Brechungswinkel, als wenn α_1 der erstere und α der letztere ist. Jedoch hat man den Winkel φ immer der Bewegung der einfallenden Welle gemäſs zu bestimmen."

Wenden wir dieſs auf eine planparallele Platte an. Der relative Strahl trete unter dem Winkel α ein, unter dem Winkel λ aus und gehe unter dem Winkel α_1 durch die Platte hindurch. Auſserhalb der Platte seyen die Geschwindigkeiten v und u', innerhalb v_1 und u'_1. Der Winkel φ ist für beide Brechungen derselbe; denn es ändert sich zwar bei der ersten Brechung die Lage der Welle, aber nicht die Richtung ihrer zu den beiden Gränzflächen parallelen relativen Bewegungscomponente. Wir haben also

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_1 + v\left(\frac{u'_1}{v_1^2} - \frac{u'}{v^2}\right)\cos\vartheta\cos\varphi$$

$$\sin\lambda = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_1 + v\left(\frac{u'_1}{v_1^2} - \frac{u'}{v^2}\right)\cos\vartheta\cos\varphi.$$

Die Winkel α und λ sind somit gleich. Durch eine planparallele Platte gehen also auch ohne Voraussetzung irgend einer besonderen Hypothese die relativen Strahlen ebenso ohne Ablenkung hindurch, wie in der Ruhe die absoluten. Man sieht übrigens leicht, daſs auch letztere durch die bewegte Platte parallel hindurchgehen, da die Gleichheit der resultirenden und einer Componente auch die Gleichheit der anderen Componente voraussetzt.

Bisher handelte es sich nur um die Richtungsänderungen der Lichtbewegung; es ergab sich, daſs diese von der Bewegung der Medien, für die Brechung die Fresnel'sche Hypothese vorausgesetzt, und unter der Richtung immer die relative verstanden, unabhängig sind. Allein dieſs genügt noch nicht, damit die Erscheinungen ganz dieselben seyen, wie in der Ruhe. Da nämlich für die relativen Geschwindigkeiten die Beziehung $\frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha'_1} = \frac{w'}{w'_1}$ nicht gilt und auch die relativen Strahlen auf der Wellenfläche nicht senkrecht stehen, so sind für die einzelnen Wellenelemente die Bewegungsverhältnisse nicht ganz dieselben, wie bei der Brechung und Reflexion in der Ruhe. Es mufs noch gezeigt werden, dafs die hierdurch entstehenden Abweichungen ebenfalls theils durch die Fresnel'sche Hypothese beseitigt werden, theils auch ohne dieselbe sich compensiren. Zunächst möge diefs an einem einfachen Beispiel geschehen, bei welchem der letztere Fall stattfindet.

Es sey A Fig. 4 Taf. VIII das Objectiv eines nach links bewegten Fernrohrs im leeren Raume. Letzteres sey so nach einem Stern gerichtet, dafs die relativen Strahlen parallel zur Axe einfallen. Dieselben werden so gebrochen, wie die absoluten Strahlen in der Ruhe und schneiden sich also nach dem Durchgang durch die Linse im Brennpunkt. Es fragt sich nun aber, ob die einzelnen zusammengehörigen Wellenelemente auch zu gleicher Zeit in diesem Punkte eintreffen. Zwei relative Strahlen GJ und HK in gleichen Abständen von der Axe werden in ganz gleicher Weise gebrochen und schneiden sich im Brennpunkt F. Da aber die absoluten Strahlen oder die Normalen der Wellenfläche BC unter einem Winkel $= \frac{c}{g}$ zur Axe geneigt sind, so legt wegen der schiefen Stellung der Welle das Wellenelement H einen etwas längeren Weg zurück, als G. Dagegen ist die Geschwindigkeit des ersteren nach dem Durchgange durch die Linse etwas gröfser, während oberhalb der Linse die Geschwindigkeiten gleich sind. Zerlegt man die relativen Geschwindigkeiten w und w_1 in die für beide gleichen Componenten c und g, so ist

$$w^2 = g^2 + c^2 - 2\,g\,c \sin(\delta + \psi),$$
$$w_1^2 = g^2 + c^2 - 2\,g\,c \sin(\delta - \psi),$$

(die mit δ bezeichneten Winkel sind gleich, da für beide

$\sin \delta = \frac{c \cos \psi}{g}$). Man hat daher die Differenz der Geschwindigkeiten

$$w_1 - w = \frac{4 g c \cos \delta \sin \psi}{w_1 + w},$$

oder wenn man im Divisor $w = w_1 = g$ setzt:

$$w_1 - w = 2 c \cos \delta \sin \psi.$$

Von der Linse bis zum Brennpunkt braucht das Licht die Zeit $\frac{f}{g}$, wenn man ebenfalls $w = w_1 = g$ und $JF = f$ setzt. Die Differenz der Wege in dieser Zeit ist daher

$$= \frac{2 c f \cos \delta \sin \psi}{g}.$$

Ferner ist

$$GL = JK = 2 f \sin \psi,$$

also der anfängliche Vorsprung des Wellenelementes G:

$$HL = GL \cdot \frac{c}{g} = \frac{2 c f \sin \psi}{g},$$

= der vorigen Wegedifferenz, weil δ von der Ordnung der Gröfse $\frac{c}{g}$. Unter Vernachlässigung der Gröfsen zweiter Ordnung findet man demnach, dafs die beiden Wellenelemente zu gleicher Zeit in dem Punkte F eintreffen.

Die allgemeine, auf alle Fälle anwendbare Erledigung des Gegenstandes besteht in nichts Anderem, als in dem Nachweis, dafs alle *Interferenzerscheinungen* von der Bewegung der Medien unabhängig sind. Es mufs gezeigt werden, dafs wenn in irgend einem Punkte der ruhenden Medien bestimmte ursprünglich einem und demselben Wellensysteme angehörige Schwingungsphasen zusammentreffen, die nämlichen Schwingungsphasen (wenn auch nicht die nämlichen Wellenelemente) auch bei bewegten Medien zu gleicher Zeit diesen Punkt erreichen.

Theil IX der *Compt. rend.* enthält die Beschreibung eines Versuchs von Babinet über den Einflufs der Aberration auf die Interferenz. Es ergab sich ein solcher Einflufs nicht und Babinet glaubte hieraus schliefsen zu dürfen, dafs die Fresnel'sche Hypothese nicht zulässig sey, da aus derselben eine Aenderung des Gangunterschiedes der Strahlen folge. Fizeau hat später im Gegentheil die Fresnel'sche Annahme durch einen Interferenzversuch insoweit bestätigt gefunden, als er wirklich einen Einfluſs der Bewegung der Medien auf die Erscheinung wahrnahm. Auch stimmten die Zahlenwerthe, welche er erhielt, einigermaſsen mit der Fresnel'schen Annahme. Fizeau erwähnt bei der Beschreibung seiner Versuche auch derjenigen von Babinet und giebt als Grund für die von diesem erhaltenen negativen Resultate den Umstand an, daſs Reflexionen stattfanden. Eine allgemeine, alle Fälle umfassende Darstellung des Vorganges auf Grund der Hypothese von Fresnel scheint noch Niemand gegeben zu haben; es geht vielmehr aus manchen darüber angestellten Versuchen und der Art und Weise, wie man sich von denselben Rechenschaft zu geben suchte, hervor, daſs über diese ganze Materie vielfach groſse Unklarheit geherrscht hat. Die Sache ist indeſs sehr einfach, wie aus Folgendem hervorgehen wird.

Vom Punkte A Fig. 5 möge eine Lichtwelle ausgehen. Irgend ein Wellenelement E durchlaufe in Folge von Richtungsänderungen, welche theils durch Reflexion, theils durch Brechung oder auch nur durch eine von beiden entstehen mögen, das im Raume beliebig construirte geschlossene Polygon $A\ b_1\ b_2 \ldots A$, während die Medien, in denen sich die einzelnen Strecken des letzteren befinden und die im Falle von Brechungen verschieden sind, keine Bewegung haben. Die Längen der einzelnen Strecken seyen s_1, $s_2 \ldots$, die Geschwindigkeit in denselben v_1, $v_2 \ldots$ Die Zeit, welche das Licht von A bis wieder nach A braucht, drückt sich dann aus durch

$$\Sigma \frac{s}{v} = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} \ldots .$$

Jetzt möge das ganze System eine gemeinschaftliche Parallelbewegung mit der Geschwindigkeit c in der Richtung GF erhalten. Die Lichtbewegung erhält dadurch in den einzelnen Medien relative Verschiebungen mit den Geschwindigkeiten u_1 u_2... in der Richtung FG. Das der nämlichen Welle wie E angehörige Wellenelement E', welches jetzt nach b_1 gelangt, ist jenem, abgesehen von einer geringen etwaigen Verschiedenheit der Intensität ganz gleich, aber je nach der Bewegungsrichtung GF mit demselben im Allgemeinen nicht identisch. Nöthigenfalls unter Voraussetzung der Hypothese von Fresnel, wird E' nach Früherem so abgelenkt, daſs der relative Weg desselben mit demjenigen von E zusammenfällt; es durchläuft also in den bewegten Medien ebenfalls das Polygon $A b_1 b_2 \ldots A$. In der ersten Strecke $A b_1$ des relativen Weges sey jetzt $A m_1 = w_1$ die relative Geschwindigkeit. Um die Componente derselben zu erhalten, muſs man vom Punkte m_1 aus gleichgerichtet mit GF eine Strecke $m_1 n_1 = u_1$ abtragen und den Punkt n_1 mit A verbinden; es ist dann $A n_1 = v_1$. Der Winkel der Richtung des Strahls mit der Bewegungsrichtung sey φ. Da u_1 sehr klein ist, so hat man

$$w_1 = v_1 + u_1 \cos \varphi_1.$$

Die Zeit, welche das Licht von A bis b_1 braucht, ist also jetzt

$$\frac{s_1}{w_1} = \frac{s_1}{v_1 + u_1 \cos \varphi_1} = \frac{s_1}{v_1} \frac{1}{1 + \frac{u_1}{v_1} \cos \varphi_1},$$

oder mit Vernachlässigung von Gröſsen zweiter Ordnung:

$$\frac{s_1}{w_1} = \frac{s_1}{v_1} \left(1 - \frac{u_1}{v_1} \cos \varphi_1\right) = \frac{s_1}{v_1} - \frac{u_1}{v_1^2}\, s_1 \cos \varphi_1.$$

Auf gleiche Weise erhält man die Zeit für jede der übrigen Strecken. Für den ganzen Weg von A bis wieder nach A ist dieselbe also

$$\Sigma \frac{s}{w} = \Sigma \frac{s}{v} - \Sigma \frac{u}{v^2}\, s \cos \varphi.$$

Setzt man nun gemäſs der Hypothese von Fresnel oder für den Fall, daſs das ganze Polygon sich in einem und demselben Medium befindet, die Richtungsänderungen also bloſs von Reflexionen herrühren, auch ohne diese Hypothese

$$\frac{u_1}{v_1{}^2} = \frac{u_2}{v^2{}_2} = \frac{u^3}{v^2{}_3} \cdots\cdots,$$

so wird

$$\Sigma \frac{s}{w} = \Sigma \frac{s}{v} - \frac{u_1}{v_1^2} \Sigma s \cos \varphi.$$

Nun ist aber

$$\Sigma s \cos \varphi = s_1 \cos \varphi_1 + s_2 \cos \varphi_2 \ldots.$$

die algebraische Summe der Projectionen der Strecken s_1, $s_2 \ldots.$ auf die Richtung FG, also, da das Polygon ein geschlossenes ist, $= 0$. Man hat daher

$$\Sigma \frac{s}{w} = \Sigma \frac{s}{v}.$$

Das Licht braucht also, um ein geschlossenes Polygon zu durchlaufen, mögen die Medien ruhen oder irgend eine im Verhältnifs zur Geschwindigkeit des Lichts sehr kleine Parallelbewegung haben, immer dieselbe Zeit.

Wenn nun von einem Punkte A nach einem Punkte B auf zwei verschiedenen Wegen Licht gelangt, so werden in B zwei Vibrationsphasen zusammentreffen, die zu gleicher oder auch zu verschiedener Zeit von A ausgegangen seyn mögen. Man lasse jetzt beide Strahlen durch Brechung oder Reflexion auf irgend einem gemeinschaftlichen Wege von B nach A zurückgehen. Da sie sich hier in ganz gleicher Weise bewegen, so kommen die beiden Vibrationsphasen zu gleicher Zeit in A an. Jetzt gebe man den Medien irgend eine Parallelbewegung. Die relative Bewegung von A bis wieder nach A geschieht jetzt für jede der beiden Phasen in derselben Zeit, wie vorhin die absolute; sie treffen also auch jetzt in A zusammen. Da sie aber den gemeinschaftlichen Weg von B bis A in gleichen Zeiten zurückgelegt haben, so waren sie auch zu gleicher Zeit in B. Zwei Vibrationsphasen, die bei der absoluten Bewegung zu gleicher Zeit in B anlangen, kommen also auch bei der relativen Bewegung zu gleicher Zeit in B an. Von der Bewegung der Medien (vorausgesetzt, dafs dieselbe eine Parallelbewegung ist) insbesondere also auch von der Stellung der Apparate zur Bewegungsrichtung der Erde, hängt es daher gar nicht ab, welche Phasen in einem bestimmten Punkte zusammentreffen; man mag die Apparate drehen, wie man will, die Erscheinung bleibt stets dieselbe. Anders verhält es sich, wenn die Medien wie bei dem Versuche von Fizeau sich nach verschiedenen Richtungen bewegen, da dann die Seiten des Polygons nicht auf dieselbe Richtung projicirt werden. Hierbei mufs eine Aenderung des Gangunterschiedes stattfinden, wie das auch Fizeau gefunden hat. Dasselbe würde auch geschehen, wenn die Bewegungen zwar nach gleicher Richtung aber mit verschiedenen Geschwindigkeiten stattfänden, da dann die Projectionen der Polygonseiten nicht mit gleichen Factoren multiplicirt wären.

Obiges gilt auch dann noch, wenn man diejenigen Gangunterschiede berücksichtigt, welche durch die Reflexion entstehen, da diese durch die Bewegung der Medien nicht geändert werden.

Wenn die Lichtquelle unendlich weit entfernt ist, so ist es gleichgültig, ob und in welcher Weise dieselbe sich bewegt. Man darf sie immer als mit dem bewegten System fest verbunden betrachten, da hierdurch an der Bewegung der in parallelen Richtungen eintretenden Elemente der ebenen Wellen nichts geändert wird.

Verschiedene Anwendungen.

1. Auf das Objectiv eines Fernrohrs Fig. 6 Taf. VIII, welches nach irgend einer Richtung zu seiner Axe AF mit der Erde sich bewegt, fallen von einem nicht nothwendig mit der Erde fest verbundenen beliebig entfernten Punkte kommende Lichtstrahlen. Die Richtung des nach dem ersten optischen Hauptpunkte P der Linse gehenden relativen Strahls sei SP. Da die relativen Strahlen nach Obigem so gebrochen werden, wie bei der Brechung in der Ruhe, so kann man auf dieselben die Gaufs'sche Construction anwenden. Wenn daher F der der Projection des relativen scheinbaren Ortes des leuchtenden Punktes auf die Axe conjugirte Brennpunkt, Q der zweite optische

Hauptpunkt der Linse ist, so ist QF_1 der austretende Hauptstrahl und F_1 der Vereinigungspunkt der relativen Strahlen. F_1 ist also derjenige mit dem Fernrohr fest verbundene Punkt, durch welchen die relativen Wege der einzelnen Wellenelemente nach der Brechung gehen und den auch die zu ein und derselben Welle gehörigen zu gleicher Zeit erreichen. Der Durchgang durch das Ocular und durch die Flüssigkeiten des beobachtenden Auges erfolgt dann in der nämlichen Weise, wie in der Ruhe und die zusammengehörigen Wellenelemente erreichen gleichzeitig ein und denselben Punkt der Netzhaut.

Die Beobachtung liefert demnach die durch den relativen Hauptstrahl unmittelbar über dem Objectiv repräsentirte Richtungslinie des scheinbaren Ursprungs der relativen Strahlen. Daraus findet man durch Anwendung der gewöhnlichen Brechungsgesetze auf die atmosphärische Strahlenbrechung die relative Richtung im Raume. Zerlegt man diese in zwei Componenten, von welchen die eine die Richtung und Geschwindigkeit der Erde hat, während man der anderen die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Lichts im Raume beilegt, so ist die Richtung der letzteren diejenige der absoluten Strahlen, also der wahre Ort der Lichtquelle zu der Zeit, wo das Licht von derselben ausging, aber bezogen auf die gegenwärtige Stellung der Erde. Bezieht man dagegen diesen Ort auf die Erde in ihrer damaligen Lage, so erhält man denselben einfach durch die beobachtete und wegen Refraction corrigirte Richtung der relativen Strahlen. Irdische Objecte erscheinen daher, sofern dabei die Strahlenbrechung nicht in Betracht kommt, immer an ihrem wahren Orte auf der Erde. Ein leuchtender Punkt z. B., der sich in der Axe eines Fernrohrs befindet, hat auch sein Bild in der Axe, obgleich die absoluten Strahlen nicht, wohl aber die relativen, von einem Punkte in der Axe ausgehen.

Wenn für ein aufserirdisches Object die Richtung der Strahlen im Raume zur Bewegungsrichtung der Erde zur Zeit der Beobachtung senkrecht ist, so ist der Winkel der absoluten Strahlen mit den relativen genau $= \frac{c}{g}$. Setzt man hier für g den aus der Verfinsterung der Satelliten des Jupiter erhaltenen Werth, so sollte also dieser Quotient mit dem durch Beobachtung gefundenen Aberrationsmaximum übereinstimmen. Bekanntlich findet man aber Letzteres etwas gröſser oder was dasselbe ist: die aus der Aberration berechnete Geschwindigkeit des Lichtes im leeren Raume ist geringer als diejenige, welche sich aus den Beobachtungen der Jupiter Satelliten ergiebt. Um diese Thatsache erklären zu können, würden uns wohl die Eigenschaften des Raumes, in welchem die Planeten sich bewegen, sowie die Entfernungen der letzteren, genauer bekannt seyn müssen.

2. Unter den übrigen bei Himmelsbeobachtungen vorkommenden Fällen, die sich nach der Fresnel'schen Hypothese ebenso einfach erledigen, mögen hier noch zwei erwähnt werden.

Der Sextant liefert den Winkel der relativen Strahlen in der Luft, da diese nach dem gewöhnlichen Gesetz reflectirt werden. Wollte man die wirkliche Distanz genau erhalten, so müſste für jedes der beiden Objecte, deren Oerter also auch einzeln hinreichend genau bekannt seyn müſsten, die Correction wegen Refraction und Aberration bestimmt werden.

Der Quecksilber-Horizont wirft die relativen Strahlen in der Luft unter gleichem Winkel zurück. Die Halbirungslinie des Winkels der beiden unmittelbar beobachteten Richtungen ist daher genau horizontal, ohne daſs dabei irgend eine Correction nöthig wäre. Die Hälfte dieses Winkels ist aber die mit Refraction und Aberration noch behaftete Höhe des Gestirns.

3. Wo es sich um die Gesetze der Richtungsänderungen handelt, die ein Lichtstrahl auf seinem Wege erleidet, braucht man die Aberration nicht zu berücksichtigen. Man beobachtet immer die Richtung der relativen Strahlen; zwischen diesen aber finden dieselben Beziehungen statt,

wie sie stattfinden würden, wenn die Erde ruhete. Das Minimum der Ablenkung in einem Prisma z. B. mufs immer den nämlichen Werth haben, mag nun die Lichtquelle eine irdische oder wie bei dem Versuche von Arago ein Fixstern seyn; denn das Resultat ist in beiden Fällen das Minimum der Ablenknng der relativen Strahlen. Im Grunde genommen sind es auch nur solche gewesen, aus deren Beobachtung die Reflexions- und Brechungsgesetze abgeleitet worden sind, da man bei den betreffenden Versuchen wohl nie Rücksicht genommen hat auf die Stellung der Apparate zur Bewegungsrichtung der Erde.

4. Dafs die Beschaffenheit des Objectivs eines Fernrohrs nicht den geringsten Einflufs hat auf die beobachtete Aberration, folgt wohl aus dem Vorhergehenden klar genug. Im 66. Bande der Astronomischen Nachrichten hat Hr. Klinkerfues eine Theorie der Fortpflanzung des Lichts gegeben, derzufolge ein solcher Einflufs doch stattfinden soll. Der 69. Band enthält eine Kritik dieser Theorie von Hrn. Sohncke, aus welcher einige Punkte hier kurz berührt werden mögen. Wenn Hr. Klinkerfues jede Welle als ein Interferenzresultat betrachtet und demgemäfs dieselbe durch ein Integral darstellt, so ist das an sich nicht unrichtig; nur die zu Grunde gelegten Anschauungen sind falsch. Man mag immerhin einen zusammenhängenden Wellenzug als aus mehreren unterbrochenen bestehend betrachten. Der eigentliche Fehler befindet sich an einer anderen Stelle; er besteht einfach darin, dafs bei bewegter Lichtquelle den einzelnen „particulären Wellen" die nämliche Wellenlänge beigelegt ist, wie in der Ruhe. Die Darstellung der Welle durch jenes Integral würde sonst auch in diesem Falle nicht unrichtig, obgleich unnütz seyn. —

Im 70. Bande der Astronomischen Nachrichten S. 96 will Hr. Hoek gefunden haben, dafs auch aus der Fresnel'schen Hypothese sich ein Einflufs des Objectivs auf die Aberration ergiebt. Nach seiner Ansicht nimmt nämlich der Lichtstrahl mit der Geschwindigkeit $\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\varepsilon$ an der Bewegung des Objectivs Theil, wo ε die Geschwindigkeit der Erde und n der Brechungsexponent des Glases ist. Das ist aber nach der hier gewählten Bezeichnung der obige Fresnel'sche Ausdruck $\left(1-\frac{v^2}{g^2}\right) c$, da $n=\frac{g}{v}$.

In der That, wenn auf das mit der Erde nach links bewegte Objectiv AC Fig. 7 Taf. VIII zur Axe MR (absolut) parallele Strahlen fallen und in der zum Durchgange durch die Linse, deren Dicke δ, nöthigen Zeit $\frac{\delta}{v}$ um $\frac{\delta}{v} \cdot \frac{v^2}{g^2} c$ relativ nach rechts verschoben werden, so kann man sich die obere Fläche der Linse mit verschoben denken, so dafs sie etwa die Lage $A_1 C_1$ erhält. Statt der bewegten Linse AC kann man also die Strahlen durch die ruhende $A_1 C_1$ treten lassen, deren optische Axe MN ist. Wenn O und Q die Gauss'schen Hauptpunkte dieser Linse sind, so geht also, da hier nach Früherem für die nahe der Mitte der Linse einfallenden absoluten Strahlen das Brechungsgesetz gilt, der austretende absolute Hauptstrahl vom Punkte Q aus und auf ihm liegt der Vereinigungspunkt B. Letzterer ist also schon bei dem Austritt der Strahlen aus der Linse um die Gröfse LQ verschoben, welche demnach wohl eine Vergröfserung der Aberration repräsentirt?

Nach den obigen Erörterungen ist dies nicht möglich oder es kann wenigstens diese Abweichung bei keinem Fernrohr den von Hrn. Hoek gefundenen Werth von $\Delta\alpha = 0''04 = \frac{1}{500}\alpha$ circa erreichen; sie kann nur vergleichbar seyn mit $\frac{1}{10000}\alpha$. Um volle Klarheit in diesen Gegenstand zu bringen, möge dies indefs noch direct gezeigt werden.

Die fast gleichen Dicken der Linsen AC und $A_1 C_1$ mögen mit δ, die Brennweiten, welche man $= QB$ oder LF nehmen kann, mit f bezeichnet werden; r und r' seyen die Radien der oberen und unteren Fläche. Nach bekannten Formeln ist

$$QT = \frac{\delta r'}{n(r+r') - (n-1)\delta},$$

also

$$LQ = \frac{MQ}{MN} RN = \frac{r' \dfrac{\delta r'}{n(r+r') - (n-1)\delta}}{r + r' - \delta} . RN.$$

$$= \frac{nr'}{n(r+r') - (n-1)\delta} . RN;$$

oder da

$$RN = \frac{\delta}{v} \frac{v^2}{g^2} c = \frac{\delta c}{ng},$$

so ist

$$LQ = \frac{\delta r'}{n(r+r') - (n-1)\delta} . \frac{c}{g}.$$

Unterhalb der Linse werden nun die Strahlen, indem sie den Raum $f - QT$ in der Zeit $\frac{f-QT}{g}$ durchlaufen, sich noch um

$$BK = \frac{f - QT}{g} c$$

bis K verschieben, so dafs also jetzt

$$FK = LQ + BK = \frac{\delta r'}{n(r+r') - (n-1)\delta} . \frac{c}{g}$$

$$+ \frac{f - \dfrac{\delta r'}{n(r+r') - (n-1)\delta}}{g} c = \frac{fc}{g}.$$

Die Richtungslinie eines Objects, welches im Punkte K sein Bild haben würde, findet man nun, indem man den Punkt K mit dem unteren Hauptpunkte L der wirklichen Linse AC verbindet. Man hat daher genau die Aberration

$$\alpha = \frac{FK}{LF} = \frac{FK}{f} = \frac{c}{g}.$$

Wenn man bei einer solchen Untersuchung die Dicke der Linse in Rechnung bringen will, so mufs man das auch überall thun. Das $\Delta\alpha = 0''04$ des Hrn. Hoek rührt daher, dafs derselbe die Dicke der Linse nur bei der Aberration in dieser berücksichtigt, während er sie in den übrigen Theilen des Ausdrucks für $\Delta\alpha$ vernachlässigt.

5. Arago erwähnt bei der Beschreibung seiner Beobachtungen über den Einflufs der Aberration auf das Mi-

nimum der Ablenkung in einem Prisma eines Versuches von Boscowich mit einem mit Wasser gefüllten Fernrohr. Letzterer glaubte, wegen der (nach Newton) gröſseren Geschwindigkeit des Lichts im Wasser müsse die Aberration in einem solchen Fernrohr eine andere seyn als in einem gewöhnlichen. Ein solches Fernrohr liefert jedoch, falls man die Brechung aus Luft in Wasser mit berücksichtigt, sowohl nach der älteren als nach der mit der Fresnel'schen Hypothese verbundenen neueren Theorie, ebenfalls die Richtung der relativen Strahlen über dem Objectiv. Sonderbar ist es, daſs man dergleichen Fragen, wie aus einer theoretischen Behandlung jenes Versuchs von Wilson (in den Philos. Transact. von 1782) hervorgeht, auch in der Emissionstheorie als besonders schwierig und complicirt betrachten konnte. Es rührt dies daher, daſs man, obgleich bei der Aberration die relative Bewegung in Betracht gezogen werden muſste, doch bei der Brechung die absolute zu Grunde legte. Und in gleicher Weise pflegt man sich auch jetzt noch unter Zugrundelegung der Vibrationstheorie solche Untersuchungen zu erschweren.

6. Arago ging bei seinen Versuchen zunächst von der Emissionstheorie aus. Fresnel richtete darüber später einen Brief an denselben, worin er die Vibrationstheorie darauf anzuwenden suchte. Er that dieſs unter Zugrundelegung seiner Hypothese, auf die er wahrscheinlich durch die Behandlung irgend eines einfachen Falles, etwa des Versuchs von Boscowich, geführt worden war. Von der seltsamen physikalischen Begründung, welche er davon gab, ist er dabei sicher nicht ausgegangen; zu dieser konnte ihn nur die vollkommene Unmöglichkeit nöthigen, für die von Arago erhaltenen Resultate irgend eine in physikalischer Beziehung wirklich befriedigende Erklärung zu finden.

Arago glaubte auf Grund der Emissionstheorie eine Aenderung der Ablenkung in dem einen der von ihm angewandten Prismen bis zu 6, in dem anderen bis zu 14 Secunden erwarten zu dürfen. Es ist von einigem Interesse, diese Differenz auch nach der Vibrationstheorie in einer auf alle Fälle anwendbaren Weise unter der Voraussetzung zu bestimmen, dafs der Aether sich entweder gar nicht oder doch nicht der Fresnel'scheu Annahme gemäfs mit den Medien bewege.

Vorerst ist hierbei zu bemerken, dafs auch dann das zur Beobachtung dienende Fernrohr die Richtung der relativen Strahlen unmittelbar über dem Objectiv geben würde. Es wurde nämlich oben (S. 513) gezeigt, dafs auch ohne Voraussetzung der Fresnel'schen Hypothese der Durchgang durch eine planparallele Platte keine Ablenkung zur Folge hat, was nun auch für die Mitte einer Linse gilt. Es handelt sich also nur darum, den Unterschied der Ablenkung der relativen Strahlen von der Ablenkung in dem ruhenden Prisma zu bestimmen. In Fig. 8 sey L der eintretende, L_1 der austretende relative Strahl, FG die Richtung, in welcher sich das Prisma bewegt, alle drei parallel zum Normalschnitt des letzteren. Die Bezeichnung der Winkel ist aus der Figur zu ersehen. v und v_1 seyen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichts aufserhalb und innerhalb des Prismas, u und u_1 diejenigen der relativen Verschiebung parallel zur Bewegungsrichtung.

Wir wenden die Gleichung (1)

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_3 + v\left(\frac{u_1}{v^2{}_1} - \frac{u}{v^2}\right)\cos\varphi$$

an, setzen aber

$$v\left(\frac{u_1}{v_1^2} - \frac{u}{v^2}\right) = p.$$

Bei der ersten Brechung ist φ der Winkel der Richtungen $P \rightarrow Q$ und $F \rightarrow G$, also $= \mu$, bei der zweiten aber der Winkel der Richtungen $F \rightarrow G$ und $Q \rightarrow R$, also $= 180^0 - \nu$. Wir haben demnach

$$\left.\begin{array}{c} \sin\lambda = \frac{v}{v_1}\sin\lambda_1 + p\cos\mu \\ \sin\psi = \frac{v}{v_4}\sin\psi_1 - p\cos\nu \\ \mu + \nu = \beta,\quad \lambda_1 + \psi_1 = \beta,\quad A = \lambda + \psi - \beta. \end{array}\right\} \quad (6)$$

Differenzirt man diese Gleichungen und setzt, da die Ablenkung A ein Minimum seyn soll, $dA = 0$, so erhält man

$$\cos\lambda\, d\lambda = \frac{v}{v_1} \cos\lambda_1\, d\lambda_1 - p \sin\mu\, d\mu$$

$$\cos\psi\, d\psi = \frac{v}{v_1} \cos\psi_1\, d\psi_1 + p \sin\nu\, d\nu$$

$$d\mu + d\nu = 0, \quad d\lambda_1 + d\psi_1 = 0, \quad d\lambda + d\psi = 0.$$

Da $d\mu = d\lambda$ und also nach der dritten Gleichung (6) $d\nu = - d\lambda$, da ferner nach der vierten $d\psi_1 = - d\lambda_1$ und nach der fünften $d\psi = - d\lambda$, so folgt

$$(\cos\lambda + p \sin\mu)\, d\lambda = \frac{v}{v_1} \cos\lambda_1\, d\lambda_1$$

$$(- \cos\psi + p \sin\nu)\, d\lambda = - \frac{v}{v_1} \cos\psi_1\, d\lambda_1.$$

Die letzte Gleichung durch die vorhergehende dividirt, giebt

$$\frac{\cos\psi - p \sin\nu}{\cos\lambda + p \sin\mu} = \frac{\cos\psi_1}{\cos\lambda_1}. \tag{7}$$

Diese Gleichung in Verbindung mit (6) bestimmt die dem Minimum von A entsprechenden Werthe von λ, ψ, λ_1 usw. Da p sehr klein ist, so löse man die Gleichungen zunächst auf, indem man die Glieder mit p wegläſst. Man kann dann ohne Veränderung des Systems der Gleichungen λ mit ψ und zugleich λ_1 mit ψ_1 vertauschen, woraus folgt:

$$\lambda_1 = \psi_1 = \frac{\beta}{2}, \qquad \sin\lambda = \sin\psi = \frac{v}{v_4} \sin\frac{\beta}{2},$$

welches die bekannten Beziehungen für das Minimum der Ablenkung in der Ruhe sind.

Wenn man dagegen auch die Glieder mit p berücksichtigt, so werden sich obige Werthe von λ, ψ usw. um $\delta\lambda$, $\delta\psi$ usw. vermehren. Die Aenderungen der vorher ohne p genommenen Gleichungen (6) werden dann:

$$\cos\lambda\,\delta\lambda = \frac{v}{v_1}\cos\lambda_1\,\delta\lambda_1 + p\cos\mu - p\sin\mu\,\delta\mu$$

$$\cos\psi\,\delta\psi = \frac{v}{v_1}\cos\psi_1\,\delta\psi_1 - p\cos\nu + p\sin\nu\,\delta\nu$$

$$\delta\mu + \delta\nu = 0, \qquad \delta\lambda_1 + \delta\psi_1 = 0, \qquad \delta A = \delta\lambda + \delta\psi.$$

Wollte man nun $\delta\lambda$ und $\delta\psi$ einzeln bestimmen, so würde man auch die Gleichung (7) noch hinzunehmen müssen. Will man aber blofs $\delta A = \delta\lambda + \delta\psi$ erhalten, so hat man nur die beiden ersten Gleichungen zu addiren. Da $\lambda = \psi$, $\lambda_1 = \psi_1$, $\delta\lambda_1 = -\delta\psi_1$, so erhält man dann mit Weglassung der Gröfsen zweiter Ordnung:

$$\cos\lambda\,(\delta\lambda + \delta\psi) = p\cos\mu - p\cos\nu = 2p\sin\frac{\mu+\nu}{2}\sin\frac{\nu-\mu}{2},$$

also

$$\delta A = \delta\lambda + \delta\psi = \frac{2p}{\cos\lambda}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\nu-\mu}{2}.$$

Es ist aber

$$\sin\lambda = \frac{v}{v_1}\sin\frac{\beta}{2}.$$

Man hat daher, wenn man zugleich statt p seinen Werth setzt:

$$\delta A = \frac{2v\left(\frac{u_1}{v_1^{\,2}} - \frac{u}{v^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{v_1^{\,2}}\sin^2\frac{\beta}{2}}}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\nu-\mu}{2}.$$

Dieser Ausdruck erhält seinen gröfsten positiven Werth für $\nu - \mu = 180^0$, also $\nu = \frac{\beta}{2} + 90^0$, $\mu = \frac{\beta}{2} - 90^0$, den kleinsten negativen dagegen für $\nu - \mu = -180^0$, also $\nu = \frac{\beta}{2} - 90^0$, $\mu = \frac{\beta}{2} + 90^0$. Im ersten Falle ist die Bewegungsrichtung FG diejenige des durchgehenden Strahls, im zweiten die entgegengesetzte. Für zwei dem entsprechende Stellungen des Prismas erhält man also die gröfste Differenz der Ablenkungen:

$$\Delta A = \frac{4v\left(\frac{u_1}{{}_1^{\,2}} - \frac{u}{v^2}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{v_1}\sin\frac{\beta}{2}\right)^2}}\sin\frac{\beta}{2}. \qquad (8)$$

6. Man kann fragen, ob die Nothwendigkeit der Fresnel'schen Hypothese sich auch für die einzelnen Farben nachweisen lasse oder ob es vielleicht genüge, daſs sämmtliche Lichtsorten eine gleiche Verschiebung erleiden, welche in den verschiedenen Medien *ungefähr* dem Quadrate der Fortpflanzungsgeschwindigkeit proportional ist. Da der Brechungsexponent der Luft fast $= 1$ ist, so wollen wir annehmen, wir operirten mit einem Prisma im leeren Raume. Es ist dann $v = g$ und, da das Licht im leeren Raume keine Verschiebung erleidet, $u = c$, wenn c die Geschwindigkeit der Erde. Die Gleichung (5) wird dann

$$\Delta A = \frac{4\,g\left(\frac{u_1}{v_1^2} - \frac{c}{g^2}\right)\sin\frac{\beta}{2}}{\sqrt{1-\left(\frac{g}{v_1}\sin\frac{\beta}{2}\right)^2}} = \frac{4\left(\frac{u_1\,g^2}{v_1^2} - c\right)\frac{1}{g}\sin\frac{\beta}{2}}{\sqrt{1-\left(\frac{g}{v_1}\sin\frac{\beta}{2}\right)^2}}$$

$$= \frac{4\,(n^2\,u_1 - c)}{\sqrt{1-\left(n\sin\frac{\beta}{2}\right)^2}}\,\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{g},$$

wo n der Brechungsexponent $\frac{g}{v_1}$.

Nehmen wir nun an, die Geschwindigkeit u_1, mit welcher sich das Licht im Prisma in Folge der Bewegung relativ verschiebt, habe für alle Farben einen und denselben und zwar denjenigen Werth, welchen sie der Fresnel'schen Hypothese gemäſs für eine bestimmte Farbe haben würde, etwa für diejenige, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Prisma $= s$ ist. Es sey also

$$u_1 = \frac{s^2}{g^2}\,c,$$

oder, wenn wir den Brechungsexponenten $\frac{g}{s}$ dieser Farbe $= m$ setzen

$$u_1 = \frac{c}{m^2}.$$

Dann wird

$$\Delta A = \frac{4\left(\frac{n^2}{m^2} - 1\right)\frac{c}{g}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\beta}{2}}} \sin \frac{\beta}{2}$$

$$= \frac{4(n^2 - m^2)\frac{c}{g}}{m^2 n \sqrt{\frac{1}{n^2} - \sin^2 \frac{\beta}{2}}} \sin \frac{\beta}{2}.$$

Bestimmt man einen Winkel ζ so dafs

$$\frac{1}{n} = \sin \zeta$$

und setzt für $\frac{c}{g}$, welches die Aberrationsconstante in Bogentheilen ist, den Werth in Secunden

$$\alpha = 20''45,$$

so wird

$$\Delta A = \frac{4(m+n)(m-n)\sin\frac{\beta}{2}}{m^2 n \sqrt{\sin\left(\zeta + \frac{\beta}{2}\right)\sin\left(\zeta - \frac{\beta}{2}\right)}} \cdot \alpha.$$

Wenden wir diefs nun beispielsweise auf drei Prismen mit brechenden Winkeln von 40° an, das eine aus Glas, das zweite aus salpetersaurem Natron mit zur optischen Axe parallelen Flächen, das dritte ein Hohlprisma mit Lösung von Phosphor in Schwefelkohlenstoff gefüllt.. Die Brechungsexponenten sind

		in Glas	in Phosphorlösung
für die	B	1,5547	1,9341
Fraunhofer'schen	E	1,5631	1.9744
Linien	H	1,5795	2,0746

	in Natronsalpeter
für den ordentlichen Strahl	1,481
für den aufserordentlichen Strahl	1,251.

Nehmen wir nun den möglichst ungünstigen Fall, das Fresnel'sche Gesetz gelte für die Linie E des Spectrums und für eine zwischen dem ordentlichen und dem aufserordentlichen Strahl ebenfalls in der Mitte liegende Lichtsorte und bestimmen wir ΔA für das am stärksten gebrochene Licht. Wir haben dann in obiger Formel:

	Für Glas.	Phosphorlösung.	Natronsalpeter.
$m =$	1,5631	1,9744	2,366
$n =$	1,5795	2,0746	1,481
$\frac{\beta}{2} =$	20°	20°	20°
$\zeta =$	39°16′48″	28°49′5″	42°28′13″

zu setzen, wo ζ auf die oben angegebene Weise bestimmt ist. Die weitere Rechnung ergiebt nun:

$$\Delta A = 0''60 \qquad 4''12 \qquad 5''69.$$

Diese Differenzen sind zum Theil so bedeutend, daſs sie noch bemerkbar seyn würden, selbst wenn sie nur den 10ten oder 20sten Theil betrügen. Ebenso würde sich auch für verschiedene andere Fälle eine merkliche Farbenzerstreuung in Folge der Aberration ergeben. Da eine solche nun nicht stattfindet, so ist hierdurch die genaue Gültigkeit der Fresnel'schen Annahme für jede einzelne Farbe erwiesen. Hieraus folgt aber zugleich, daſs dieselbe nicht als ein physikalisches Gesetz, sondern nur als eine mathematische Beziehung zu betrachten ist, dienlich, wie so manche andere Hypothese der Optik, für eine wirkliche Theorie als Surrogat benutzt zu werden. Von einer wirklichen Bewegung des Lichtäthers, die für die verschiedenen Farben und in doppeltbrechenden Medien auch für die beiden polarisirten Strahlen verschieden seyn müſsten, kann keine Rede seyn.

7. Wenn man statt Sterne zu beobachten, eine mit dem Apparate fest verbundene Lichtquelle anwendet, so ist es nicht vortheilhaft, das Minimum der Ablenkung zu bestimmen, da hierbei auch eine etwaige Aenderung der Ablenkung durch die Aberration ein Minimum seyn würde. Dieselbe wird nun um so gröſser, je gröſser der Winkel des austretenden Strahles ist. Wäre dieser sehr nahe = 90°, so könnte sich möglicherweise selbst auf Grund der Fresnel'schen Hypothese noch eine merkliche Abweichung er-

geben, welche von den Gröfsen der zweiten Ordnung herrührte. Wir hatten nämlich (S. 506) für die einmalige Brechung:

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_1 + v\left(\frac{u_1}{v_1{}^2} - \frac{u}{v^2}\right)\cos\varphi + v\left(\frac{u_1^2}{v_1^3}k_1 - \frac{u^2}{v^3}k\right).$$

Setzen wir nun mit Fresnel das zweite Glied rechts $= 0$ und nennen das dritte q, so wird

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_1}\sin\alpha_1 + q.$$

Durch Entwickelung von q mittelst der Gleichungen auf S. 506 findet man nun:

$$\delta\sin\alpha = q = \left(\cos\varphi\sin(\varphi-\alpha) + \frac{\cos^2(\varphi-\alpha)\sin\alpha}{2}\right.$$
$$\left.-\frac{\cos\varphi\sin(\varphi-\alpha_1)}{n} - \frac{\cos^2(\varphi-\alpha_1)\sin\alpha_1}{2n}\right)\mathfrak{a}^2,$$

wo $n = \frac{v}{v_1}$ und $\mathfrak{a}$ die Aberrationsconstante. Dieser Ausdruck hat in Bezug auf die Bewegungsrichtung φ ein Maximum und ein Minimum. Setzt man das Differential nach φ der Null gleich, so läfst sich diese Gleichung nach $tg\,2\varphi$ auflösen. Für φ ergeben sich also zwei Werthe, die sich um 90^0 unterscheiden; der eine liefert das Maximum, der andere das Minimum. Nennt man also obigen Ausdruck $\delta_1\sin\alpha$ und denjenigen, in welchen er sich verwandelt, wenn man φ um 90^0 vermindert $\delta_2\sin\alpha$, so ist für die gröfste durch Drehung des Apparates zu erreichende Richtungsänderung des austretenden Strahls

$$\varDelta\alpha\sin\alpha = \delta_1\sin\alpha - \delta_2\sin\alpha = \left(\sin(2\varphi-\alpha)\right.$$
$$\left.+\frac{\cos 2(\varphi-\alpha)\sin\alpha}{2} - \frac{\sin(2\varphi-\alpha_1)}{n} - \frac{\cos 2(\varphi-\alpha_1)\sin\alpha_1}{2n}\right)\mathfrak{a}^2.$$

Um den Werth von φ zu bestimmen, für welchen dieses Maximum stattfindet, kann man statt des früheren diesen letzteren Ausdruck nach φ differenziren. Die erhaltene Gleichung nach $cotg\,2\varphi$ aufgelöst, giebt dann ebenfalls zwei Werthe für φ, von denen aber der eine einem Minimum entspricht, das sich von dem Maximum nur durch das Vorzeichen unterscheidet. Giebt man das eine Mal dem Prisma die irgend einem der beiden Werthe entsprechende Stellung und dreht es dann in dem einen oder anderen Sinne um 90^0, so ändert sich die Richtung des austretenden Strahls um das dem obigen $\Delta \alpha \sin \alpha$ entsprechende $\Delta \alpha$.

Wenn nun der Winkel α so gewählt ist, daſs α sehr nahe $= 90^0$, so bedarf es einer verhältniſsmäſsig sehr bedeutenden Aenderung von α, damit $\sin \alpha$ sich um obige Gröſse ändere. Der günstigste Fall wird der seyn, wo $\Delta \alpha$, falls es positiv ist, den Winkel α zu 90^0 ergänzt, oder wenn es negativ ist, wo $\alpha = 90^0$. Man hat dann

$$\Delta \sin \alpha = \pm (\Delta \alpha)^2 = q.$$

Ich habe diesen Werth von $\Delta \alpha$ berechnet, indem ich in obigem Ausdruck $\alpha = 90^0$ und also $\sin \alpha_1 = \frac{1}{n}$ setzte. Ich finde für Glas, dessen Brechungsexponent $n = 1{,}5$:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 41 \;\; 48' \, 38'' \\ 2\varphi &= 34 \;\; 36 \;\;\; 2 \\ (\Delta \alpha)^2 &= 1{,}2969 \; \mathfrak{a}^2 \\ \Delta \alpha \; &= 1{,}1387 \; \mathfrak{a} = 23''27. \end{aligned}$$

Für ein Prisma würde sich, besonders wenn auch der Winkel des einfallenden Strahls sehr groſs wäre, noch ein beträchtlich gröſserer Werth ergeben. Es ist nun freilich die Frage, ob eine solche Aenderung an der Gränze, wo die totale Reflexion eintritt, sich noch auf irgend eine Weise, etwa durch Farbenzertrennung, bemerkbar machen würde.

8. Hr. Ketteler behandelt S. 290 einen Fall, wo auch ohne die Fresnel'sche Hypothese die Ablenkung in einem Prisma durch die Aberration nicht geändert wird. Um allgemein die Bedingungen hierfür zu erhalten, so möge in Fig. 8 der eintretende Strahl L im Normalschnitt eine beliebige Richtung haben. Es ist wieder wie früher (Gl. (5),:

$$\sin \lambda = \frac{v}{v_1} \sin \lambda_1 + p \cos \mu$$

$$\sin \psi = \frac{v}{v_1} \sin \psi_1 - p \cos \nu.$$

Es soll nun bei beliebiger Aenderung von p unter der Voraussetzung, dafs λ_2 constant ist, auch ψ constant seyn. Differenziren wir also nach p, berücksichtigend, dafs $\lambda_1 + \psi_1 = \beta$, $\frac{d\lambda_1}{dp} + \frac{d\Psi_1}{dp} = 0$, so wird

$$0 = \frac{v}{v_1} \cos \lambda_1 \frac{d\lambda_1}{dp} + \cos \mu,$$

$$0 = -\frac{v}{v_1} \cos \psi_1 \frac{d\lambda_1}{dp} - \cos \nu,$$

woraus folgt

$$\frac{\cos \mu}{\cos \lambda_1} = \frac{\cos \nu}{\cos \psi_1}.$$

Da $\mu + \nu = \lambda_1 + \psi_1 = \beta$, so mufs entweder $\mu = \lambda_1$, $\nu = \psi_1$ oder $\mu = 180^0 + \lambda_1$, $\nu = \psi_1 - 180^0$ seyn. Damit also die Ablenkung in dem Prisma von der Aberration unabhängig sey, so mufs die Bewegungsrichtung mit dem durchgehenden Strahl einen rechten Winkel bilden. In dem von Ketteler behandelten ganz speciellen Falle thut sie diefs hinreichend genau, da eine Abweichung der Winkel μ und ν von obigen Werthen um eine kleine Gröfse der ersten Ordnung in dem Product $p \cos \varphi$ nur als Gröfse zweiter Ordnung erscheint. Bei einer planparallelen Platte ist $\beta = 0$, also $\mu = \nu$, $\lambda_1 = \psi_1$, mithin für jede beliebige Bewegungsrichtung

$$\frac{\cos \mu}{\cos \lambda_1} = \frac{\cos \nu}{\cos \psi_1}.$$

Diefs stimmt überein mit dem früher (S. 513) erhaltenen Resultate, dafs in einer planparallelen Platte bei beliebiger Bewegungsrichtung eine Ablenkung nicht stattfindet.

Die Doppelbrechung ist hier nur für einen besonderen Fall berücksichtigt worden, wo bei beiden Strahlen die absolute Richtung der Lichtbewegung diejenige der Wellennormale ist. Es ist die Frage, ob bei der allgemeinen Behandlung derselben, die Fresnel'sche Hypothese sich nicht vielleicht als ungenügend erweisen wird. Wenigstens würde dieselbe wohl einer Erweiterung bedürfen, entsprechend der Erweiterung der Art und Weise der Lichtbewegung, welche darin liegt, dafs der absolute Strahl ein zur Wellenfläche conjugirter Durchmesser im Geschwindigkeitsellipsoid ist, während bei der einfachen Brechung hiervon nur der besondere Fall vorkommt, wo das Ellipsoid eine Kugel und der Strahl ein zur Wellenfläche senkrechter Durchmesser ist. Eine allgemeine Untersuchung der Aberration bei der Doppelbrechung, bei welcher wahrscheinlich ein von dem obigen etwas verschiedenes aber an dasselbe sich anschliefsendes Verfahren eingeschlagen werden mufs, gedenke ich später vorzunehmen.

II. *Ueber die Rolle, welche Hyperoxyde in der voltaschen Kette spielen; von W. Beetz.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. Berichten d. Bayerschen Akad.)

Vor einem Jahre habe ich eine, für therapeutische Zwecke bestimmte, Säule mit constantem Strom (wie man in der medicinischen Praxis statt „continuirlichen" Strom zu sagen pflegt) beschrieben [1], deren Elemente wesentlich in derselben Weise zusammengesetzt sind, wie die von Leclanché eingeführten, deren Brauchbarkeit für verschiedene Zwecke sich so wohl bewährt hat. Sie unterscheiden sich von diesen vorzüglich dadurch, dafs die porösen Diaphragmen fortgelassen sind, wodurch der ganze Apparat in eine sehr kleine Gestalt gebracht worden ist, und dafs das Zink nicht amalgamirt wird, weil selbst kleine Quecksilbermengen, welche sich von Zink loslösen und über die negativen Erreger des Elementes verbreiten, der elektromotorischen Kraft desselben bedeutend schaden. Da diese Säule eine ziemlich grofse Verbreitung gefunden hat, so interessirte es mich, die Umstände aufzusuchen, durch welche sie eine möglichst

1) Deutsches Archiv f. klinische Medicin. X. p. 119.

grofse Vollkommenheit erlangen könnte, und dadurch wurde ich auf die Untersuchung der Gründe geleitet, welchen die hohe elektromotorische Kraft einer solchen, ein Gemisch von Braunstein und Kohle enthaltenen Combination zuzuschreiben ist. Leclanché selbst sowohl, als andere Beobachter haben diese Gründe zum Theil schon besprochen [1]); indefs scheint mir die Wirkungsweise des Braunsteins und die der Hyperoxyde überhaupt doch nicht vollständig klargelegt worden zu seyn. Ich erlaube mir defshalb die Ergebnisse meiner Untersuchung hier mitzutheilen.

Für den practischen Gebrauch wurden die Hyperoxyde zuerst von de la Rive [2]) in die voltaschen Elemente eingeführt; und zwar experimentirte dieser Physiker sowohl mit Mangan-, als mit braunem Bleihyperoxyd. Die Hyperoxyde wurden in Gestalt eines feinen Pulvers fest um eine, in einer porösen Thonzelle aufgestellte Platinplatte gestampft, diese Zelle wurde dann in verdünnte Schwefelsäure gesetzt, in welche eine amalgamirte Zinkplatte tauchte. Das mit Braunstein gefüllte Element verlor sehr bald seine Wirksamkeit, das mit Bleihyperoxyd gefüllte zeigte dagegen eine grofse Constanz. In der Beschreibung der Versuche werden zwar die Umstände, welche die Wirksamkeit dieser Elemente so hervorragend erscheinen liefsen, und welche theils in denselben, theils aufserhalb derselben zu suchen sind, in einer Weise durcheinander geworfen, welche bei der damaligen Unkenntnifs des Ohm'schen Gesetzes nicht Wunder nehmen kann; man erfährt aber doch aus dieser Beschreibung, dafs de la Rive die Hyperoxyde statt der Salpetersäure, als depolarisirende Substanz in die Kette einführte. In derselben Absicht wurde später von Schwarz [3]) der Vorschlag gemacht, Kupfer- oder Kohlenplatten mit gepulvertem Braunstein zu bedecken.

1) Leski Zeitschr. des deutsch. österr. Telegraphenvereins XIV, p. 147. Leclanché *Mondes XIV.* 532; Dingler polytechn. Journal CLXXXVIII p. 96. J. Müller Pogg. Ann. CXL. p. 308.
2) *Arch. de l'électr.* 1843 *p.* 112 und 159.
3) Dingler polytechn. Journ. CLXXI. p. 563.

Andererseits war schon durch ältere Versuche, namentlich durch die von Poggendorff[1]), Faraday[2]) Munk af Rosenschöld[3]) nachgewiesen worden, daſs die Hyperoxyde in der Spannungsreihe stets ihre Stellung ganz am negativen Ende finden, wiewohl die Flüssigkeiten, für welche diese Spannungsreihen aufgestellt waren, bald Säuren, bald neutrale Salzlösungen waren. Die Hyperoxyde müssen demnach nicht nur als depolarisirende Körper, sondern auch als metallähnliche Electromotoren in der Kette Anwendung finden können. Eine solche Hyperoxydkette wurde zuerst von mir vorgeschlagen, und wurden von mir auch messende Versuche über deren elektromotorische Kraft mitgetheilt[4]). In meinem Element war ein derbes Braunsteinstück umgeben von einer durch Salpetersäure angesäuerten Lösung von übermangansaurem Kali, während als negatives Metall Kaliumamalgam in kaustischer Kalilösung angewandt war. Dieſs Element zeigte die höchste elektromotorische Kraft, welche durch ein einfaches Element bis jetzt erzeugt worden ist, nämlich 3,02, wenn die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes = 1 gesetzt wird. In ihm hatte ich dem Braunstein nur die Rolle des negativen Metalles zugetheilt, während als depolarisirende Substanz die Uebermangansäure wirken sollte.

Die Rolle nun, welche der Braunstein in den, ein Gemisch aus Braunstein und Kohle enthaltenden Elementen spielt, wird in den verschiedenen, über dieselben veröffentlichten Aufsätzen ganz verschieden aufgefaſst. In der, von Leclanché selbst herrührenden Mittheilung[5]) wird zuerst eine feste Braunsteinplatte vorgeschlagen, und die Verwandtschaft dieses Materials zum Wasserstoff hervorgehoben; der Braunstein soll also als Erreger und Depolarisa-

1) Okens Isis 1821 Heft 8 p. 705.
2) Exper. Researches. 2012.
3) Diese Ann. XXV. 46.
4) Fortschr. d. Physikl darg. v. d. phys. Ges. zu Berlin 1847. p. 371.
5) Mondes XIV. 532.

tor dienen. Nur als Aushülfe wird erwähnt, daſs man eine mit Braunsteinpulver umgebene Kohlenplatte substituiren dürfe. In der auszugsweisen Mittheilung dieses Artikels [1]) wird ausdrücklich ausgesprochen, das Element verdanke seine hohe elektromotorische Kraft zum gröſsten Theil der Kohle. Militzer [2]) sagt in seinem Bericht: das Mangansuperoxyd werde als elektrolytischer Körper verwandt. J. Müller [3]), der ebenfalls die vorhandenen Angaben unzureichend fand, um die Rolle, welche der Braunstein in den Leclanché-Elementen spielt, zu verstehen, stellte messende Versuche an; um zu sehen, ob der Braunstein überhaupt einen Einfluſs auf die elektromotorische Kraft habe, verglich er die Kraft eines Elementes, dessen poröse Zelle nur Kohlenstücke enthielt, mit der eines anderen, in welchem die Kohle mit Braunstein gemischt war, und da er diese Kraft gröſser fand, so schloſs er, daſs die Polarisation durch die Anwesenheit des Braunsteins theilweise aufgehoben sey. Auch Leclanché hat messende Versuche über die depolarisirende Wirkung des Braunsteins angestellt [4]), die zu dem Resultat führten, daſs bei Anwendung von fein gestoſsenem Manganhyperoxyd die elektromotorische Kraft eines geschlossenen Elementes weit tiefer herabsinke, als bei Anwendung von grobgestoſsenem. Dabei wird ganz richtig hervorgehoben, daſs der groſse Leitungswiderstand des feinen Pulvers bewirkt, daſs sich der Wasserstoff auf der Kohlenplatte niederschlage, statt sich durch die ganze Masse des Pulvers zu vertheilen.

Aber solche messende Versuche können über die in der Kette stattfindenden Vorgänge nur sehr ungenügenden Aufschluſs geben, so lange die elektromotorischen Kräfte nach der Ohm'schen Methode gemessen sind. Je nach der Stromstärke, mit welcher man arbeitet, erhält man für

1) Dingler polytechn. Journ. CLXXXVIII. 96.

2) Officieller österr. Bericht üb. d. Pariser-Industrieausst. 1867, p. 238.

3) Diese Ann. CXL. 310.

4) Zeitschr. d. deutsch-österr. Telegr.-Ver., a. a. O.

diese Kräfte ganz verschiedene Werthe, nicht nur, weil die Polarisation mit verschiedener Stärke auftritt, sondern auch, weil sich die bei dieser Methode in Rechnung kommenden Widerstände in ganz unglaublicher Weise verändern. Ich werde weiter unten Gelegenheit haben, Beispiele hiefür beizubringen. Ich habe defshalb alle Messungen elektromotorischer Kräfte sowohl als innerer Widerstände nach der Compensationsmethode ausgeführt, mit Anwendung der von mir angegebenen Erweiterung derselben [1]), und bin dadurch im Stande gewesen, die verschiedenen Veränderungen, welche die Elemente erleiden, von einander gesondert kennen zu lernen.

Bevor ich die Ergebnisse solcher Messungen mittheile, will ich einer anderen Versuchsreihe Erwähnung thun, durch welche der Ort ermittelt werden sollte, an welchem in den verschiedenen Combinationen die Producte der inneren Elektrolyse austreten, d. h. für den vorliegenden Fall: einer Versuchsreihe, durch welche die Frage entschieden werden sollte, ob die Hyperoxyde nur als Sauerstoffentwickler, oder auch als negative Polplatte der Combination zu betrachten seyen.

Durch den Boden eines Glasgefäfses wurde ein Platindraht eingeführt, welcher oben eine den ganzen Querschnitt des Gefäfses ausfüllende horizontale Platinplatte trug. Diese wurde mit einer zwei Centimeter hohen Schicht des zu prüfenden Pulvers bedeckt; auf dieses wurde eine concenrirte Kupfervitriollösung gegossen, in welche von obenher eine horizontale Kupferplatte tauchte. Dann wurde durch den Apparat der Strom von drei Meidinger'schen Elementen so lange geführt, bis der Kupferverlust an der Kupferplatte immer nahezu derselbe war. Da zeigten sich

1) Sitzungsber. d. kgl. bayer. Akad. d. Wiss., math.-phys. Cl., 1871. p. 3. — Sowohl in diesem Bericht, pag. 7. Z, 12. als in diesen Ann. CXLII, pag. 576, Z. 10 v. u., mufs stehen: $\frac{a' b'' - a'' b'}{a'' - a'}$ statt $\frac{a' b'' - a' b''}{a'' - b'}$.

nun folgende Erscheinungen bei Anwendnng verschiedener Pulver:

Platinschwamm: die Oberfläche ist mit einer ganz cohärenten Kupferplatte bedeckt; weder auf der Platinplatte noch im Innern des Schwammes findet sich Kupfer.

Platinmohr: auf der Oberfläche sind nur Spuren von Kupfer vorhanden; dagegen ist das Innere ganz von feinen Kupferblättchen durchsetzt. Auf der Platinplatte vereinzelte Kupfertheilchen.

Hier hatte also der Platinschwamm als zusammenhängender metallischer Leiter fungirt; seine Oberfläche bildete die Elektrode. Der Platinmohr besteht aus einander so wenig berührenden Theilchen, dafs er fast keine metallische Leitung vermittelt. Ich habe schon früher auf diese geringe Leitungsfähigkeit der Pulver aufmerksam gemacht[1]). Der Mohr spielte also die Rolle eines Systems von Zwischenplatten, deren entgegengesetzte Seiten jedesmal die beiden Elektroden vorstellen.

Grobe Kohlenstücke (Gaskohle) verhalten sich ganz ähnlich dem Platinschwamm, feines Kohlenpulver dem Platinschwamm, nur waren die im Innern des Pulvers befindlichen Kupfertheilchen mehr in der Gestalt einer Vegetation, welche von einzelnen Stellen der Platinplatte ausging, mit einander verbunden.

Grobe Braunsteinstücke: auf der Oberfläche liegen vereinzelte Kupferbrocken; im Innern und auf der Platinplatte ist Kupferoxyd gebildet.

Feines Braunsteinpulver: die oberen und mittleren Schichten enthalten weder Kupfer, noch Kupferoxyd; letzteres ist unmittelbar über der Platinplatte reichlich vorhanden.

Gemisch von Kohle und Braunstein: die ganze Masse ist von Kupferoxyd durchsetzt. Ist die Kohle in groben Stücken vorhanden, so liegen auf der Oberfläche vereinzelte Kupferbrocken.

Hiernach ist vorauszusehen, dafs sich fein vertheilter

1) Diese Ann. CXI, 619.

Braunstein allein am schlechtesten für die Elemente eignen wird, wenn seine depolarisirende Wirkung auf die nächste Umgebung des Platins (bezüglich der Kohlenplatte) beschränkt bleibt. Gröbere Braunsteinstücke leiten schon besser, die Depolarisation findet in weiterem Umkreise statt. Zweckmäfsiger aber wird es seyn, die Leitung zwischen den einzelnen Braunsteintheilchen durch grobes Kohlenpulver zu vermitteln, und überdiefs sollte man denken, dafs die günstigste Mischung die von grober Kohle und feinem Braunsteinpulver wäre, weil in einer solchen die gröfste Braunsteinfläche sowohl für die Contacterregung, als für die Depolarisation in Thätigkeit käme: denn auch für die Gröfse der primären Spannungsdifferenz ist hier die Oberfläche von Bedeutung, da man es nicht mit einer reinen Braunsteinkette zu thun hat, sondern auch Kohlentheile in directem Contact mit der Leitungsflüssigkeit stehen. Die oben erwähnte Erfahrung scheint dem aber zu widersprechen; mit zunehmender Feinheit des Braunsteinpulvers soll seine depolarisirende Kraft abnehmen. Hierüber geben nun meine Messungen der electromotorischen Kräfte und inneren Widerstände Aufschlufs.

Um die elektromotorische Kraft eines Elementes nach der Compensationsmethode zu erfahren, mufs ich zunächst den inneren Widerstand in der compensirenden Batterie kennen. Als solche dient mir ein für allemal eine zweipaarige Daniell'sche Säule mit doppelten Thondiaphragmen. Hierdurch bin ich im Stande, die Flächen des amalgamirten Zinks recht rein und die Kraft der Elemente ($= 2d$) äufserst constant zu halten. Von Zeit zu Zeit wird während des Arbeitens mit diesen Elementen die verdünnte Säure der Zwischenzelle ausgehoben und durch neue ersetzt. Diese Kraft $2d$ wird nun durch zwei Compensationen mit der Kraft D des früher von mir beschriebenen Daniell'schen Elementes verglichen, welches aus zwei getrennten, durch ein Heberrohr mit einander verbundenen Gläsern besteht, deren eins einen Kupfercylinder und Kupfervitriollösung, das andere einen amalgamirten Zinkcylinder und verdünnte Schwefelsäure enthält. Durch diese Vergleichung erfahre ich das Verhältnifs $\frac{D}{d'}$ das mit geringen Schwankungen $= 1{,}05$ gefunden wird. Der für w gefundene Werth gilt für eine ganze Versuchsreihe, mufs aber von Zeit zu Zeit (etwa eine Stunde) neu bestimmt werden. Endlich wird für die fragliche Combination nur *eine* Compensation mit der Batterie $2d$ vorgenommen, so dafs kleine Schwankungen in der Beschaffenheit derselben nicht auch auf die Bestimmung von w von Einflufs werden können. Eine solche Messung ist dann in wenigen Secunden vollendet. Bezeichnet nun b den Widerstand des ganzen Compensators einschliefslich der dem Hauptdrahte in jedem einzelnen Falle hinzugefügten Widerstände, a den Widerstand des durch den Schlitten abgeschnittenen Stückes, wenn das Element D compensirt wird; dagegen b_1 und a_1 die entsprechenden Widerstände, wenn das Element x compensirt wird, so hat man:

$$x = \frac{(b + w)\, a_1}{(b_1 + w)\, a} D.$$

In den meisten Fällen kann man die am oberen oder unteren Ende des Compensators hinzugefügten Widerstände so wählen, dafs $b = b_1$ wird: dann braucht w gar nicht berechnet zu werden, und es genügen zwei Messungen zur Ermittelung des Verhältnisses $\frac{x}{D}$. Im Folgenden soll D immer als Einheit der Kraft gelten.

Zunächst untersuchte ich die elektromotorischen Kräfte zweier Elemente, deren jedes einen amalgamirten Zinkcylinder in Zinkvitriollösung enthielt, während das negative Metall des einen durch ein festes Braunsteinstück, das des anderen durch ein festes Gaskohlenstück ersetzt war. Diese Kräfte waren für

	Kohle.	Braunstein.
Offen	1,11	1,48
¼ Stunde geschlossen	0,03 [1])	0,34
10 Minuten offen	0,39	1,42

Die Braunsteinkette überwiegt also schon durch ihre primäre elektromotorische Kraft im Verhältnifs 4 : 3 über die Kohlenkette. Bei der (ohne Einschaltung eines äufsern Widerstandes vorgenommenen) Schliefsung wird die Kohlenkette sehr stark polarisirt, und erholt sich nur wenig wieder, während die Braunsteinkette nach ihrer immerhin ziemlich bedeutenden Schwächung fast bis zu ihrer alten Kraft zurückkehrt.

Auch bei den folgenden Versuchen wurden feste Kohlen- und Braunsteinstücke, aber nur eine Flüssigkeit, Salmiaklösung, angewandt. Die Kräfte waren für

	Kohle.	Braunstein.
Offen	1,22	1,51
3 Min. mit 100 Q. E. geschlossen	0,73	1,10
½ Min. offen	0,80	1,48
3 Min. ohne Widerstand geschlossen	0,03	0,75
½ Min. offen	0,39	1,48
Beide Elemente hinter einander 3 Min. mit 100 Q. E. geschlossen	0,40	— 0,05
2 Min. offen	0,49	1,50

Nach diesen Versuchen ist es also allerdings der Braunstein, dem sowohl die hohe elektromotorische Kraft, als auch die schnelle und vollständige Regeneration derselben zuzuschreiben ist, wenn sie durch Polarisation geschwächt war; aber die Kraft des Braunsteinelementes wird von der des Kohlenelementes gänzlich überwunden, wenn beide

1) Die Messungen bei geschlossener Kette werden wie die übrigen mit Hülfe des Federschlüssels ausgeführt, welcher eine dauernde, nur im Momente der Messung zu lösende Schliefsung des Stromes gestattet. Vgl. Edelmann, Carls Repert. VIII. Hft. 5.

hinter einander, also mit gleichem Widerstande und bei gleicher Stromstärke verbunden sind. Die schlechte Leitungsfähigkeit des Braunsteins kann also unter Umständen der Kette geradezu zum Schutze gereichen.

Es fragt sich weiter, welche Veränderung die Natur der untersuchten Ketten erfährt, wenn man die Materialien in Pulverform anwendet. Die Elemente bekamen die in meiner Batterie übliche Gestalt, d. h. die eines Reagenzglases, in dessen Boden ein Platindraht eingeschmelzt ist der mit dem zu untersuchenden Pulver bedeckt wird Das Glas wird dann mit Salmiaklösung gefüllt, in welche der Zinkstab eingesenkt wird. Die Materialien wurden bald als feines Pulver, bald in linsengroſsen Stücken angewandt. Die Angaben beziehen sich zwar auf bestimmte einzelne Elemente, die zufällig kurz hinter einander untersucht wurden; indeſs gaben andere Exemplare derselben Combination nahezu dieselben Resultate.

	Platindraht unbedeckt	Feine Kohle	Grobe Kohle	Feiner Braunstein	Grober Braunstein	Kohle fein Braunst. fein	Kohle grob Braunst. grob	Kohle grob Braunst. fein	Kohle fein Braunst. grob
Offen	1,15	1,01	0,80	1,42	1,46	1,36	1,35	1,25	1,32
Jedes Element einzeln 3 Min. m. 3000 Q. E. geschlossen	0,22	0,76	0,63	0,32	0,31	1,22	1,01	1,19	1,16
1 Min. offen	0,46	0,82	0,64	0,19	1,23	1,32	1,20	1,21	1,27
3 Min. mit 400 Q. E. geschlossen	0,18	0,62	0,57	0,26	0,23	0,75	0,76	0,95	0,91
1 Min. offen	0,43	0,75	0,64	1,18	1,40	1,26	1,19	1,12	1,19
3 Min. mit 100 Q. E. geschlossen	0,08	0,47	0,45	0,20	0,13	0,35	0,35	0,97	0,77
1 Min. offen	0,38	0,51	0,56	1,08	1,30	1,37	1,06	1,14	1,22
Jedes Element stark durchgeschüttelt	—	0,85	0,70	1,47	1,45	1,35	1,22	1,27	1,21

Diese Zahlen führen in Bezug auf den Einfluſs der Feinheit des Pulvers auf die Gröſse der Polarisation zu einem ganz anderen Schlusse, als die von Leclanché gefundenen. Zunächst ersieht man aus ihnen, daſs sich pulverisirte Kohle sehr ähnlich verhält, wie feste Kohlenstücke; dann, daſs pulverisirter Braunstein den festen Braunsteinstücken weit nachsteht. Selbst bei Einschaltung groſser Widerstände wird er, fein oder grob gepulvert, sehr stark polarisirt, da die Depolarisation (wegen der schlechten Leitungsfähigkeit des Materials) nur in der Nähe des Platindrahtes vor sich geht. Die Depolarisation findet beim grob gepulverten, also besser leitenden Braunstein immer noch besser statt, als beim feinen Pulver. Ein mäſsiges Heruntergehen der elektromotorischen Kraft während des Schlusses und eine hinreichende Regeneration nach der Oeffnung findet nur bei den Gemischen aus Kohle und Braunstein statt. Die für diese Gemische oben gegebenen Zahlen sind aber wieder deſshalb trügerisch, weil die Polarisation wegen des verschiedenen inneren Widerstandes der Elemente bei sehr verschiedener Stromstärke erfolgt war. Deſshalb wurden vier solche Gemische bei gleicher Stromstärke, d. h. hintereinander verbunden, untersucht.

	feine K. feiner B.	grobe K. grober B.	grobe K. feiner B.	feine K. grober B.
offen	1,38	1,30	1,28	1,39
½ Stunde m. 500 Q. E. geschlossen	—0,12	0,64	0,98	—0,02
desgl. m. 100 Q. E.	—0,15	0,35	0,59	—0,02
desgl. ohne Widerst.	—0,15	0,12	0.49	—0,02
5 Min. offen	0,78	0,54	0,90	—0,01
10 Min. „	1,00	0,70	0,90	0
3 Stunden offen	1,39	1,23	1,20	1,30.

Hiernach zeigen sich alle Elemente, welche feines Kohlenpulver enthalten, als unbrauchbar. Die Mischung aus feiner Kohle und feinem Braunstein erholt sich zwar am schnellten und vollkommensten wieder, weil das Braunsteinpulver am weitesten ausgebreitet ist, aber wegen des groſsen Widerstandes des ganzen Gemisches findet auch bei ihm während des Stromschlusses eine solche Polarisation statt, daſs die primäre elektromotorische Kraft ganz überwunden wird. In den Elementen, welche grobes Kohlenpulver enthalten, wird der Braunstein unaufhörlich in gut leitende Verbindung mit dem Zuleiter (dem Platindraht) erhalten, und wirkt deshalb auch während des Stromschlusses mit allen, nicht nur mit den dem Platin benachbarten Theilen. Hier nun hat der fein pulverisirte Braunstein erst Gelegenheit, seine Ueberlegenheit über den grob gepulverten zu zeigen: die elektromotorische Kraft sinkt während des Stromschlusses nicht sehr weit hinab, und wird auch bis zu einer brauchbaren Höhe wieder hergestellt. Freilich ist diese Höhe, sowie auch die ursprüngliche elektromotorische Kraft dieser Combination nicht die gröſste; aber man wird gern diese kleine Einbuſse ertragen, und dafür die groſse Constanz der Elemente erkaufen. Auſserdem sind die Proben, denen die Elemente in der letzten Versuchsreihe ausgesetzt wurden, solche, denen sie in der Praxis nicht leicht unterworfen werden.

Das Ergebniſs dieser vergleichenden Versuche ist also, daſs ein Gemisch aus grober Kohle und feinem Braunstein die günstigsten Resultate liefert, weil in ihm dem Braunstein am meisten Gelegenheit geboten wird, sowohl als Elektromotor, wie als Depolarisator zu wirken.

Ich habe auch die Widerstände einiger Combinationen bestimmt, um dadurch die Irrthümer, welche durch die, nach der Ohm'schen Methode ausgeführten, Messungen entstehen müssen, verständlich zu machen. Zu dem Ende bediente ich mich entweder zweier hintereinander verbundener Elemente der zu prüfenden Art als compensirender Batterie, um durch zwei verschiedene Compensationen des Daniell'schen Elementes D ihren Widerstand auf die von mir angegebene Art zu ermitteln: oder ich machte nur eine Compensation dieser Art, bestimmte die elektromotorische Kraft der beiden Elemente $= 2E$, und suchte dann aus der Gleichung $2E = \frac{b+w}{a}$ den Werth von w. Derselbe wird ein wenig zu klein ausfallen, weil die Kraft der compensirenden Kette immer etwas zu klein gefunden wird; aber man vermeidet bei dieser Methode die Veränderungen, welche bei einer Schliefsung mit verändertem Widerstande die Kraft der compensirenden Säule sogar während des kurzen Schlüsselschlusses erfahren kann. Die Widerstände fand ich für je 2 Elemente von

	feine K.	feinem Braunst.	grb. Kohle fein. Brst.	feiner K. grb. Brst.
Durch zwei Compensationen	67	213	62	147
Durch eine Compensation	67	198	60	145
Nachdem die 4 Elem. hintereinander mit 500 Q. E. ½ St. geschlossen gewesen und dann 1 Std. offen waren	74	440	66	161

Diese ungeheure Widerstandsveränderung im feingepulverten Braunstein allein macht fast jede Messung an den damit gefüllten Elementen illusorisch; dagegen ist an den grobe Kohle und feinen Braunstein enthaltenden der Widerstand weder von vornherein unverhältnifsmäfsig grofs, noch wächst er auch durch den inneren chemischen Process in einer Weise, welche der practischen Anwendung solcher Elemente entgegenträte, namentlich in meiner Batterie, welche das Vorhandenseyn grofser äufserer Widerstände voraussetzt.

Alle vorstehenden Versuche sind mit Salmiaklösung als Leitungsflüssigkeit angestellt. Warum gerade diese so vortheilhaft wirkt, hat Leclanché nicht weiter untersucht. Ich habe eine grofse Anzahl anderer Flüssigkeiten an ihre Stelle gesetzt; mit keiner wird aber eine so grofse elektromotorische Kraft und solche Constanz erreicht. Es ist möglich, dafs auch die Auflöslichkeit des sich durch Reduction des Braunsteins bildenden Manganoxyds im Salmiak nützlich wirkt; jedenfalls fand ich immer in der Leitungsflüssigkeit gebrauchter Elemente Mangan aufgelöst. Aber andere Ammoniaksalze ergaben immer geringere Kräfte, so dafs kein Grund vorhanden ist, in der Praxis von der hergebrachten Salmiaklösung abzugehen.

Da das erste Exemplar meiner Batterie jetzt über 13 Monate alt ist und in dieser Zeit vielerlei oft ziemlich anstrengende Arbeit hat verrichten müssen, so war es mir von Interesse, jetzt einige Messungen an ihm vorzunehmen. Das Aussehen der Elemente ist ein ziemlich unerfreuliches; die Zinkstäbe sind mit einer weifsen Masse bedeckt, über welche Priwoznik[1]) nähere Angaben gemacht hat. Es scheiden sich zuerst Krystalle von Chlorzinkammonium aus, welche durch den Einflufs des Wassers basisches Chlorzink absetzen. Einige Elemente zeigten wenig von diesem Absatz und ich fand ihre Kraft bezüglich = 1,31 und = 1,28. Das am schlechtesten aussehende Element hatte nur die Kraft 0,99; als der Zinkstab durch oberflächliches Abkratzen gereinigt wurde, ging die Kraft auf 1,20 hinauf, und als der Flüssigkeit einige Tropfen Salzsäure zugesetzt und dann die Braunsteinmischung mit der Flüssigkeit durcheinander geschüttelt wurde, erhielt das Element die Kraft 1,32. Es ist also sehr leicht, eine sehr herabgekommene Batterie wieder in guten Stand zu versetzeen; Hinzufügung von etwas Braunsteinpulver dürfte auch anzurathen seyn.

Wenn nun aus dem Vorigen hervorgeht, dafs die Theilchen des Hyperoxydes, wenn sie möglichst kräftig wirken sollen, untereinander in metallisch leitender Verbindung stehen (d. h. selbst die Erregerplatten repräsentiren), aufserdem aber fein vertheilt seyn müssen, um möglichst gut zu depolarisiren, so wird man sofort wieder auf die Anwendung des Bleihyperoxyds an Stelle des Braunsteins zurückgeführt. Ich habe zahlreiche Versuche mit dieser sehr gut leitenden, stark erregenden und stark depolarisirenden Substanz in Elementen, welche die in meiner Batterie gebrauchte Gestalt hatten, angestellt. Aber nur drei solche Combinationen verdienen erwähnt zu werden: die mit verdünnter Schwefelsäure, mit Salpeterlösung und mit Sodalösung gefüllten. Da für therapeutische Zwecke Säuren aus den Apparaten möglichst fernzuhalten sind, so

1) Diese Ann. CXLII. p. 467.

habe ich zuerst nur die beiden letzten Combinationen mit Braunsteinelementen verglichen.

	Grobe Kohle. Grob. Br.	Grobe K. Fein Br.	Bleihyperoxyd mit Salpeterlös.	Sodalös.
Offen	1,32	1,26	1,56	1,48
Alle Elemente hintereinander ½ St. mit 500 Q. E. geschl.	0,34	0,54	1,29	0,54
5 Minuten offen	0,67	0,81	1,42	1,25
½ St. ohne Widerstand geschl.	−0,06	0,34	1,08	0,70
5 Min.	0,35	0,53	1,29	1,25.

Die Bleihyperoxydelemente sind also den Braunsteinelementen bei so grofsen Stromstärken weit überlegen; ihre Kraft sinkt nicht weit hinab, und hebt sich sehr stark wieder. Aber jedes dieser beiden Elemente hat einen Fehler: das mit Natriumcarbonatlösung gefüllte hat einen sehr grofsen Widerstand (590 Q, E.); das mit Salpeterlösung gefüllte hat zwar von vornherein einen Widerstand, der es für elektro-therapeutische Zwecke noch ganz brauchbar erscheinen läfst (102 Q. E.); durch die Einwirkung des Zinks auf die Lösung bildet sich aber salpetrigsaures Kali und Zinkhydroxyd, welches sich auf das Bleihyperoxyd als poröses Diaphragma niederschlägt. Auf die elektromotorische Kraft bleibt das zwar ohne Einflufs, denn ein solches Element, das ein Vierteljahr zusammengestellt gewesen war, zeigte, als der Zinkstab gereinigt worden war, wieder die Kraft 1,41, sein Widerstand war aber so gewachsen, dafs eine Hinzufügung von 400 Q. E. die Stromstärke fast gar nicht änderte, so dafs die Widerstandsmessung ganz unmöglich wurde. Wenn man die Salpeterlösung gleich durch salpetrigsaures Kali ersetzt, so vermeidet man zwar die Abscheidung des Zinkhydroxyds, aber die elektromotorische Kraft ist eine viel geringere.

Das dritte Bleihyperoxydelement mufste natürlich, der sauren Leitungsflüssigkeit wegen, einen amalgamirten Zinkstab erhalten. Zur Messung seiner elektromotorischen

Kraft brauchte ich drei compensirende Daniell-Elemente Bei seiner Vergleichung mit den beiden anderen Bleihyperoxydelementen erhielt ich folgende Zahlen:

	Bleihyperoxyd mit Schwefelsäure.	Salpeter.	Soda.
Offen	2,40	1,58	1,52
Alle hintereinander ½ Std. mit 500 Q. E. geschlossen	2,25	0,21	1,19
5 Min. offen	2,20	0,85	1,51
½ Std. ohne Widerstand geschlossen	2,03	0	0,16
5 Min. offen	2,23	0,32	0,41
Ein Element allein 10 Min. in sich geschlossen	1,54		
20 Min.	1,46		
30 „	1,40		
5 Min. offen	2,16		
16 Std. geschlossen	1,05		
Nach 5 Min., offen	1,56	0,40	0,56

Das Schwefelsäure-Element, also das von de la Rive ursprünglich vorgeschlagene, hat also in der That eine ausgezeichnet grofse Kraft und Widerstandsfähigkeit. Zuletzt war es aber so schlecht leitend geworden, dafs die Messung schwierig wurde. Es hatte sich Bleisulphat gebildet, welches das ganze Hyperoxyd durchdrang. Dieser Vorgang ist unvermeidlich, und darum wird die Combination wohl keine Zukunft haben. Auch die beiden anderen Elemente erholten sich nicht wieder; an den Platindrähten beider zeigten sich Bleiniederschläge von schwammiger Beschaffenheit, die die innige Berührung mit dem Hyperoxyd verhinderten. Deshalb wird man den Braunsteinelementen wohl auch fernerhin für die elektrotherapeutischen Zwecke den Vorzug vor den in mancher Beziehung so vortrefflichen Bleihyperoxydelementen geben müssen, weil bei diesen eine Wiederherstellung nur nach gänzlicher Entleerung und Reinigung der Gläser möglich ist. Dagegen dürfte das mit Salpeterlösung gefüllte Elemente in anderer Gestalt, in der der Zinkhydroxydniederschlag nicht auf das Bleihyperoxyd fällt, doch noch verwendbar werden, besonders wenn man es nicht mit zu groſser Stromdichte arbeiten läſst.

Die Verzögerung des Druckes dieser Mittheilung erlaubt mir, derselben noch folgenden Zusatz zu machen:

Drei Monate hindurch waren drei Elemente, jedes in sich ohne Widerstand geschlossen, stehen geblieben. Im Element I, grobe Kohle und feinen Braunstein enthaltend, war das Zink nur wenig verändert; in II, grober Braunstein und feine Kohle, war das Zink mit schönen Krystallen dicht bedeckt, auf der Braunsteinmischung lag ein dicker Niederschlag; in III, grobe Kohle und grober Braunstein, war das Zink mit weiſsem Niederschlag bedeckt. Die elektromotorische Kraft aller drei war nahezu = 0 und erholte sich beim Oeffnen wenig. Als die Zinkstäbe durch Abkratzen gereinigt und die Mischungen mit etwas Salzsäure durchgeschüttelt waren, zeigte I die elektromotorische Kraft 1,32; II = 1,31; III = 1,27. Alle waren also wieder vollständig brauchbar.

III. *Ueber die Abnahme der Lichtstärke mit dem Quadrate der Entfernung; von Dr. Carstaedt in Breslau.*

Daſs die Helligkeit zweier Flächenstücke im umgekehrten Verhältnisse stehe, wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Lichtquelle, ist durch die einfachsten theoretischen Betrachtungen so vollkommen nachgewiesen, daſs ein Zweifel an diesem Gesetze über die Abnahme der Lichtstärke absolut unmöglich ist. Doch erfüllt der experimentelle Beweis desselben bei weitem nicht die Anforderungen, die man sonst an Strenge und Genauigkeit zu stellen gewöhnt und berechtigt ist. Die Ursache hiervon liegt darin, daſs eine Messung der Helligkeit nicht möglich war, sondern subjective Schätzung deren Stelle ersetzen muſste, sey es, wie beim Rumford'schen Photometer, durch Vergleich der Dunkelheit der Schatten, oder der Helligkeit zweier an einander stoſsenden Flächen, wie beim Ritchie'schen. Den genausten Vergleich gestattete immer noch das Bunsen'sche, und ein derartiges Vergleichen, nicht Messen, wird auch niemals zu umgehen seyn. Doch scheint das Bunsen'sche Photometer eine noch genauere Prüfung jenes Gesetzes zuzulassen, als bisher geschehen ist. —

Das Bunsen'sche Photometer besteht bekanntlich aus einem mit Papier überspannten Rahmen, das Papier ist an einer Stelle durch Stearin farblos transparent gemacht. Dieser Rahmen wird von beiden Seiten her von den zwei Lichtquellen beleuchtet, deren Stärke verglichen werden soll; die Beleuchtung ist auf beiden Seiten gleich, wenn der Stearinfleck in derselben Helligkeit erscheint, wie das nicht mit Stearin getränkte Papier. Dieses Verschwinden des Stearinfleckes, der bei stärkerer Beleuchtung von vorn dunkler, bei stärkerer von hinten heller erscheint, als das übrige Papiee, läſst sich ziemlich genau beobachten.

In den folgenden Versuchen wurde ebenfalls ein Bunsen'sches Photometer verwendet. Als Lichtquellen dienten zwei Petroleumlampen mit Flachbrennern ohne Glocken. Der Rahmen war mit seinem unteren Theile lothrecht in ein schweres Fuſsbrett eingelassen. Von diesem gingen rechtwinklig nach beiden Seiten dicke Bretter von über 1^m Länge aus, welche eine eingelassene Rinne von 1^{cm} Tiefe enthalten und einer Breite, welche diejenige der Lampenfüſse nur wenig übertraf. Zu beiden Seiten der Rinne war eine Centimetertheilung auf das Brett aufgetragen. In dieser Rinne wurden die Lampen dem Photometer genähert und von ihm entfernt. Um ein genaue Einstellung und Ablesung zu ermöglichen, ging von jeder Lampe in der Ebene der Flamme, doch tiefer unten als der Brenner, nach beiden Seiten ein Draht mit rechtwinklig nach unten gebogenen Enden aus, die Enden berührten fast die Theilung. Da der Draht von der schmalen Seite der Flamme ausging, so war sein Schatten nur unmerklich breiter, als er selbst; es wurde so abgelesen, dafs das Auge sich in der durch Schatten und Draht bestimmten Ebene befand. Die Zehntel-Centimeter sind nach Schätzung angegeben. Der Stearinfleck des Photometers befand sich mit der Mitte der beiden Flammen in gerader Linie, was dadurch erreicht worden war, dafs die Dochte beider nicht brennenden Lampen, der Rahmen war mit dünnem Papier bespannt worden, so hoch geschraubt wurden, dafs ihr Ende etwa dem hellste Theile der Flamme entsprach; dann wurde ein Zwirnfaden am Ende des einen Dochtes in dessen Mitte befestigt, mit einer Nähnadel an einem durch Visiren nach der Richtung, wo die, allerdings durch das Papier verdeckte zweite Lampe stand, gefundenen Punkte durch das Papier geführt und am Ende des Dochtes der zweiten Lampe ebenfalls befestigt. Durch Entfernen der beiden Lampen von einander wurde der Faden straff gespannt und rifs in dem feinen Papier bis zu dem mit den Enden der beiden Dochte in gerader Linie liegenden Punkte ein. Es war hierbei nur ein ganz kurzer Rifs entstanden, der Endpunkt desselben wurde bezeichnet, das Papier abgenommen und an dieser Stelle ein kleines Viereck ausgeschnitten. Hierauf wurde das Papier auf ein zweites gelegt, das an der unter der ausgeschnittenen gelegenen Stelle durch Bestreichen mit Stearin transparent gemacht wurde. Ueber und unter dieser Stelle wurden kurze feine Linien gezogen, dann das Papier auf den Rahmen gespannt. In der Entfernung von ungefähr 1^m vom Rahmen wurde ein Fernrohr aufgestellt und dasselbe mit Hilfe der über unter dem Stearinflecke gezogenen Linien, die diesem so nahe lagen, dafs sie mit ihm in das Gesichtsfeld des Fernrohrs fielen, für die betreffende Entfernung eingestellt. Das Fernrohr stand dicht neben dem Brett, auf welchem die eine Lampe verschoben wurde, damit man fast rechtwinklig auf das Photometer sah, nnd war durch Pappschirme gegen alles Licht, als das von der in seinem Gesichtsfelde liegenden Stelle des Photometers ausgehende, geschützt. Aufser den beiden Lampen befand sich im Beobachtungszimmer keine Lichtquelle, die Fenster waren durch Verfinsterungsläden geschlossen.

Bei den Beobachtungen safs ich unverrückt hinter dem Fernrohre, während einer meiner Schüler, ein sehr zuverlässiger junger Mann, die Lampen nach meinem Befehle verschob, die Entfernungen ablas und notirte. Es konnte selbst bei einem Abstande der Lampen von 1^m ein Unterschied der Helligkeit noch sicher wahrgenommen werden, wenn eine der Lampen auch nur um kaum $0{,}5^{cm}$ verschoben wurde, bei geringeren Entfernungen machten sich natürlich noch kleinere Aenderungen merklich.

Möge nun die von der vorderen Lampe den Schirm treffende Lichtmenge M, die von der hinteren auffallende M_1 heifsen. Die vom Photometer in's Auge gelangende Lichtmenge ist der Theil von M_1 welcher durchgelassen und der Theil von M, welcher reflectirt wird. Der nicht mit Stearin getränkte Theil des Papiers möge den Bruchtheil $r.M$ reflectiren; der getränkte $r_1.M$, worin r und $r_1 < 1$, aber $r > r_1$. Der nicht getränkte Theil lasse den Bruchtheil $v.M_1$ von der hinteren Lichtquelle durchdringen, der getränkte $v_1.M_1$, wobei wiederum v und $v_1 < 1$, jedoch $v < v_1$. Von dem nicht getränkten Theile des Papiers gelangt sonach die Lichtmenge $r.M + v.M_1$ in's Auge, von dem getränkten $r_1.M + v_1 M_1$.

Verschwindet der Fleck, so gilt die Gleichung

$$r.M + v.M_1 = r_1.M + v_1.M_1$$

oder

$$M(r - r_1) = M_1(v_1 - v)$$

oder

$$\frac{M}{M_1} = \frac{v_1 - v}{r - r_1}.$$

Die Gröfsen r, r_1 v, v_1 hängen offenbar nicht von der auffallenden Lichtmenge ab, sondern nur von der Natur des Photometers. Es kann daher gesetzt werden

$$\frac{v_1 - v}{r - r_1} = a$$

worin a eine für jedes Photometer andere Constante bedeutet. Somit folgt

$$\frac{M}{M_1} = a.$$

Ist nun das theoretisch begründete Gesetz über die Abnahme der Lichtstärke richtig, so kann gesetzt werden

$$M = \frac{m}{E^2}; \qquad M_1 = \frac{m_1}{E_1{}^2}$$

worin E und E_1 die resp. Entfernungen der beiden Lichtquellen vom Photometer bedeuten, m und m_1 die für $E = E_1 = 1$ auffallenden Lichtmengen. Dann ist

$$a = \frac{\frac{m}{E^2}}{\frac{m^1}{E_1{}^2}} = \frac{m\,E_1{}^2}{m_1\,E^2}$$

Brennen nun die Lampen innerhalb einer Versuchsreihe gleichmäſsig hell, so bleiben während derselben m und m_1 constant, so daſs gesetzt werden kann

$$\frac{m}{m_1} = \alpha,$$

worin α constant. Daraus folgt

$$\frac{E_1{}^2}{E^2} = \frac{a}{\alpha} = A,$$

worin A eine constante Zahl.

Das heiſst also: Brennen in einer Versuchsreihe, in welcher für die verschiedensten Entfernungen E der hinteren Lichtquelle die Entfernungen E_1 der vorderen bestimmt werden, bei welcher der Stearinfleck verschwindet, die beiden Lichtquellen mit unveränderter Helligkeit, so muſs, wenn das bisher angenommene Gesetz richtig ist, das Verhältniſs der Quadrate der Entfernungen der beiden Lichtquellen vom Photometer stets dieselbe Gröſse haben.

Um nun über die Unveränderlichkeit in der Helligkeit sich zu vergewissern, wurde nach Beendigung einer Beobachtungsreihe die hintere Lichtquelle wieder in irgend eine Entfernung E gebracht, bei welcher schon einmal die Entfernung E_1 der vorderen beobachtet war, ergab sich dasselbe E_1, so hatten die beiden Lichtquellen ihre Helligkeit nicht verändert, oder doch nur in demselben Verhältnifs, jedenfalls war die Annahme $\frac{m}{m_1} = \alpha =$ Const. berechtigt. Nur solche Beobachtungsreihen, bei denen dies eintrat, sind in die nachfolgenden Tabellen aufgenommen worden, Die Verschiedenheit der einzelnen Tabellen hat ihren Grund darin, dafs bei Beginn einer neuen Reihe bald die eine. bald die andere der Lampen in ihrer Helligkeit geändert wurde.

Tabelle I.

E	E_1	$\log \frac{E_1{}^2}{E^2}$	$\frac{E_1{}^2}{E^2}$	Diff.
90 cm.	65,7 cm.	0,72666 — 1	0,5329	+ 544 Max.
85	61	0,71182 — 1	0,5150	+ 365
80	57	0,70556 — 1	0,5076	+ 291
75	53,6	0,70820 — 1	0,5107	+ 322
70	48,4	0,67950 — 1	0,4782	— 3
65	45	0,68060 — 1	0,4793	+ 8
60	41,5	0,67980 — 1	0,4784	— 1
55	39,1	0,70364 — 1	0,5052	+ 267
50	35,7	0,70740 — 1	0,5098	+ 313
47,5	32,7	0,67572 — 1	0,4739	— 46
45	31	0,67630 — 1	0,4746	— 39
42,5	29,3	0,67696 — 1	0,4753	— 32
40	27,1	0,66182 — 1	0,4590	— 195
37,5	25,3	0,65818 — 1	0,4552	— 233
35	23,2	0,64248 — 1	0,4394	— 391
32,5	21,7	0,64916 — 1	0,4458	— 327
30	19,6	0,63028 — 1	0,4269	— 516 Min.
27,5	18	0,63188 — 1	0,4284	— 501
50	35,2	0,65914 — 1	0,4956	+ 171
		Mittel:	0,4785	

Tabelle II.

E	E_1	$\log \frac{E_1^2}{E^2}$	$\frac{E_1^2}{E^2}$	Diff.
100	96	0,96454 — 1	0,9216	+ 340
95	91,7	0,96930 — 1	0,9317	+ 441
90	87	0,97056 — 1	0,9345	+ 469 Max.
85	81,6	0,96453 — 1	0,9216	+ 340
80	76,2	0,95772 — 1	0,9072	+ 196
75	71,2	0,95484 — 1	0,9012	+ 136
70	66,2	0,94152 — 1	0,8944	+ 68
65	61,3	0,95110 — 1	0,8935	+ 59
60	56,5	0,94640 — 1	0,8847	— 29
55	51,2	0,93082 — 1	0,8668	— 208
50	46,5	0.93696 — 1	0,8649	— 227
47,4	44,2	0,93746 — 1	0,8659	— 217
45	42,6	0,95240 — 1	0,8962	— 86
42,5	40,6	0,96028 — 1	0,9126	+ 250
40	37,6	0,94626 — 1	0,8836	— 40
37,5	34,5	0,92658 — 1	0,8445	— 431
35	32,6	0,93830 — 1	0,8676	— 200
32,5	30,2	0,95626 — 1	0,9042	+ 166
30	27,5	0,92442 — 1	0,8402	— 473 Min.
27,5	25,3	0,92658 — 1	0,8445	— 431
50	46,3	0,93310 — 1	0,8572	— 304
		Mittel:	0,8876	

Tabelle III.

E	E_1	$\log \frac{E_1^2}{E^2}$	$\frac{E_1^2}{E^2}$	Diff.
120	119,5	0,99638 — 1	0,9917	— 7
115	113,5	0,98860 — 1	0,9741	— 183
110	111	0,00986	1,0230	+ 306
105	107,5	0,02044	1,0480	+ 556
100	100,8	0,00692	1,0160	+ 236
95	97,8	0,02524	1,0600	+ 676 Max.
90	90,5	0,00482	1,0110	+ 186
85	83	0,97932 — 1	0,9535	— 389
80	77	0,96680 — 1	0,9264	— 660
75	72,1	0,96576 — 1	0,9242	— 682 Min.
70	67,7	0,97098 — 1	0,9354	— 570
65	63,3	0,97698 — 1	0,9484	— 440
60	59,1	0,98688 — 1	0,9702	— 222
55	54,2	0,98728 — 1	0,9711	— 213
50	49,1	0,98422 — 1	0,9642	— 282
47,5	46,6	0,98340 — 1	0,9625	— 299
45	45,6	0,01154	1,0270	+ 346
42,5	42,4	0,99796 — 1	0,9953	+ 29
40	40,2	0,00434	1,0100	+ 176
37,5	37,5	0,00000	1,0000	+ 76
35	35,3	0,00740	1,0170	+ 246
32,5	32,1	0,98926 — 1	0,9756	— 168
30	30,3	0,00864	1,0200	+ 276
27,5	27,6	0,00316	1,0070	+ 146
25	25,5	0,01720	1,0400	+ 476
22,5	22,6	0,00386	1,0080	+ 156
20	20,6	0,00234	1,0050	+ 126
17,5	17,1	0,97992 — 1	0,9548	— 376
15	15,3	0,01720	1,0400	+ 476
		Mittel:	0,9924	

Tabelle IV.

E	E_1	$\log \frac{E_1^2}{E^2}$	$\frac{E_1^2}{E^2}$	Diff.
100	105,1	0,04235	1,102	± 0
95	100	1,04456	1,108	+ 6
90	95,5	0,05152	1,126	+ 24
85	90,5	0,05416	1,133	+ 31
80	85,8	0,06080	1,150	+ 48
75	80,6	0,06256	1,155	+ 53
70	75,5	0,06570	1,163	+ 61
65	69,9	0,06314	1,156	+ 54
60	65,2	0,07220	1,181	+ 79
55	60,0	0,07558	1,190	+ 88 Max.
50	54,4	0,07326	1,184	+ 82
47,5	49	0,02702	1,064	— 38
45	46,5	0,02848	1,068	— 34
42,5	44	0,03012	1,072	— 30
40	41	0,02154	1,051	— 51
37,5	38,2	0,01606	1,038	— 64
35	35,8	0,01962	1,046	— 56
32,5	33,1	0,01590	1,037	— 65
30	30,7	0,02004	1,047	— 55
27,5	28	0,01546	1,036	— 66 Min.
25	26	0,03406	1,082	— 20
22,5	23	0,01910	1,045	— 57
20	20,5	0,02144	1,051	— 51
60	65	0,06752	1,168	+ 66
		Mittel:	1,102	

Tabelle V.

E	E_1	$\log \frac{E_1^2}{E^2}$	$\frac{E_1^2}{E^2}$	Diff.
100	112,5	0,10230	1,266	+ 11
95	107,7	0,10910	1,286	+ 31
90	103,2	0,11088	1,291	+ 36
85	97,3	0,11738	1,310	+ 55
80	91,4	0,51572	1,305	+ 50
75	85,7	0,11584	1,306	+ 51
70	78,3	0,09732	1,251	— 4
65	72,1	0,09106	1,233	— 22
60	66,5	0,08934	1,228	— 27
55	60,6	0,08422	1,214	— 41
50	56,4	0,08462	1,215	— 40
47,5	54,6	0,12110	1,322	+ 67 Max.
45	51	0,10872	1,284	+ 29
42,5	47,4	0,09478	1,244	— 11
40	44,4	0,09064	1,232	— 23
37,5	44,7	0,09222	1,237	— 18
35	39,1	0,09398	1,242	— 13
32,5	36,4	0,09844	1,254	— 1
30	33,6	0,09844	1,254	— 1
27,5	30,6	0,09278	1,238	— 17
25	27,6	0,08594	1,219	— 36
22,5	25,1	0,09498	1,244	— 11
20	22,2	0,09064	1,232	— 23
17,5	19,7	0,10286	1,267	+ 12
15	16,8	0,09844	1,254	— 1
60	66	0,08278	1,210	— 45 Min.
		Mittel:	1,255	

Tabelle VI.

E	E_1	$\log \frac{E_1{}^2}{E^2}$	$\frac{E_1{}^2}{E_2}$	Diff.
90	115,8	0,21894	1,656	— 27
85	107,7	0,20560	1,605	— 78 Min.
80	102,2	0,21272	1,632	— 51
75	96	0,21442	1,638	— 45
70	89,1	0,20956	1,620	— 63
65	82,6	0,20814	1,615	— 68
60	77,8	0,22566	1,685	+ 2
55	71,9	0,23274	1,709	+ 26
50	65	0,22788	1,690	+ 7
47,5	61,2	0,22012	1,660	— 23
45	59,6	0,24408	1,750	+ 67
42,5	54,8	0,22078	1,663	— 20
40	51	0,21102	1,626	— 57
37,5	49,9	0,24814	1,771	+ 88
35	46,6	0,24864	1,773	+ 90
32,5	42,7	0,22710	1,687	+ 4
30	39,2	0,23334	1,711	+ 28
27,5	37	0,25774	1,810	+ 127 Max.
45	60,1	0,25132	1,784	+ 101
			Mittel: 1,683	

Tabelle VII.

E	E_1	$\log \frac{E_1^2}{E^2}$	$\frac{E_1^2}{E^2}$	Diff.
95	140,3	0,33868	2,181	— 51
90	133	0,33832	2,179	— 53
85	125	0,33438	2,163	— 69
80	116,5	0,32648	2,121	— 111 Min.
75	110	0,33266	2,151	— 81
70	103	0,33548	2,165	— 67
65	96,3	0,34144	2,195	— 37
60	90	0,35218	2,250	+ 18
55	84,5	0,37300	2,360	+ 128
50	77	0,37504	2,372	+ 140 Max.
47,5	72,5	0,36730	2,330	+ 98
45	66,3	0,33660	2,171	— 61
42,5	63,5	0,34876	2,232	± 0
40	59,5	0,34492	2,213	— 19
37,5	56	0,34832	2,230	— 2
35	53	0,36042	2,293	+ 61
32,5	49	0,35664	2,273	+ 41
30	16,1	0,37316	2,361	+ 129
70	103	0,33632	2,169	— 63
		Mittel:	2,232	

Tabelle VIII.

E	E_1	$\log \frac{E_1^2}{E^2}$	$\frac{E_1^2}{E^2}$	Diff.
65	127	0,56178	3,646	— 32
60	119	0,59480	3,934	+ 25 6 Max
55	108	0,58612	3,856	+ 178
50	97,3	0,57828	3,787	+ 109
47,5	91,7	0,57136	3,727	+ 49
45	86,3	0,56560	3,678	± 0
42,5	80,5	0,55482	3,588	— 90
40	76,2	0,55978	3,629	— 49
37,5	71	0,55446	3,585	— 93
35	66,8	0,56082	3,638	— 40
32,5	61,4	0,55258	3,569	— 109
30	56,2	0,54524	3,509	— 169
27,5	51,1	0,53818	3,453	— 225 Min.
25	47,6	0,55934	3,625	— 53
22,5	43,2	0,56660	3,686	+ 8
20	39,3	0,58572	3,861	+ 183
40	77,5	0,57448	3,754	+ 76
			Mittel; 3,678	

Die Gröſse $\frac{E_1^2}{E^2}$ noch verschiedenartiger herzustellen, war bei den angewendeten Lampen nicht zu ermöglichen; überdies ist das Verhältniſs der Leuchtkräfte beider Lampen, das ja stets der Gröſse $\frac{E_1^2}{E^1}$ proportional ist, wie wir nachweisen wollen, gewiſs nicht in zu enge Gränzen eingeschlossen, da es sich aus der Beobachtungsreihe Tab. VIII fast 8 Mal so grofs ergiebt, als aus der Tab. I. Die Gränzen der Annäherung und Entfernung der Lampen vom Photometer waren theils durch die Beschaffenheit des Apparats, theils durch die bei noch gröfserer Entfernung allzuschwache Beleuchtung gezogen.

Die unter der Rubrik Diff. angegebenen Unterschiede des aus der einzelnen Beobachtung berechneten Werthes der Gröfse $\frac{E_1^2}{E^2}$ von dem aus der ganzen Beobachtungsreihe resultirenden Mittelwerthe sind nicht unbedeutend, beträgt doch das Maximum der Differenz (Tab. I Max.) 0,0544, also etwa $\frac{1}{9}$ des Mittelwerthes der Reihe, und fällt die geringste Maximalabweichung (Tab. V Min.) nicht unter 0,0425 oder ca. $\frac{1}{25}$ des Mittelwerths. Allein, ich glaube diese Abweichungen sind immer noch durch Beobachtungsfehler erklärbar, da einmal das Verschwinden des Fleckes kein momentanes, sondern ein aufserordentlich allmäliges ist, und zum andern ein geringer Beobachtungsfehler, da ja der Werth $\frac{E_1^2}{E^2}$ gebildet wird, durch die Quadrirung sich noch bedeutender merklich macht.

Jedenfalls wird sich aus den Versuchsreihen der Satz ergeben: Wenn die Entfernungen der Lampen vom Photometer so regulirt werden, dafs der Fleck verschwindet, dann ist bei gleichmäfsiger Helligkeit beider das Verhältnifs der Quadrate ihrer Entfernungen eine constante Zahl. Und aus diesem Satze folgt nach der anfänglichen theoretischen Betrachtung.

„Die Intensität des Lichtes nimmt ab mit dem Quadrate der Entfernung.“

IV. *Experimentelle Untersuchungen über Schrilltöne und ihre Anwendung auf die Lautäufserungen der Insecten;*

von Dr. M. Krafs und Prof. Dr. H. Landois.

(Mit drei Abbildungen.)

---

1. Je nachdem bei der Entstehung des Schalles die Bewegungen der Luft schnell und periodisch oder nicht periodisch sind, unterscheiden wir die Empfindung des *Klanges* (Tones) oder des *Geräusches*. Es finden zwar mannigfaltige Uebergänge zwischen Geräuschen und Klängen statt, allein die Extreme sind weit von einander verschieden. Vielfach kann man nun Töne beobachten, welche meist nur von kurzer Dauer und überaus wechselnd auftreten, und daher häufig in die Kategorie der Geräusche verwiesen werden, welche jedoch bei aufmerksamer Beobachtung ihre musicalische Natur unverkennbar offenbaren. Dahin gehören die mannigfaltigen Töne, welche beim Reiben einer scharfen Spitze über glatte Flächen, ferner bei der raschen Bewegung eines Korkstöpsels über eine nasse Glastafel erzeugt werden; dahin gehören endlich verschiedenartige Töne, welche uns in der organischen Natur, namentlich bei den Insecten entgegentreten. Wir wollen diese Töne kurz unter dem Namen *Schrilltöne* zusammenfassen und im Folgenden die Resultate angeben, welche viele Versuche und Beobachtungen, namentlich in Rücksicht auf die *optische Untersuchung* derselben ergeben haben.

2. Veranlafst wurden die Beobachtungen zunächst durch die Erscheinung, dafs, wenn man die Schneide eines Messers, etwa eines Tafelmessers, mit dem vordern Ende über eine Tischfläche fahren läfst, während die Messerfläche nahezu senkrecht zu derselben steht, das Messer ziemlich regelmäfsig auf- und abspringt und so mehr oder weniger rasch auf einander folgende deutliche Schläge hervorbringt. Die Richtung der Messerfläche gegen die Platte

ist hierbei eine solche, dafs *vor* dem sich bewegenden Messer der stumpfe Winkel liegt. Bei der umgekehrten Bewegung in derselben Lage springt das Messer nicht auf und ab, sondern wird gleichmäfsig über die Fläche geschleift, so dafs keine Stöfse erfolgen können. Je nach der gröfsern oder geringeren Schnelligkeit der Bewegung und nach der wechselnden Stärke des Druckes erfolgen die Stöfse bald rasch, bald langsam, vielfach noch leicht zählbar. Zugleich macht die Schneide des Messers kleine Einschnitte in den Tisch, deren Zahl mit der der einzelnen Stöfse übereinstimmt. Nimmt man nun zu dem Versuche ein feineres Messer, so gelangt man sehr bald zu der Uebung, die Zahl der Stöfse so zu steigern, dafs ein bestimmter Ton hörbar wird, dessen Höhe nach einer Stimmgabel leicht anzugeben ist. Das Zählen der Stöfse mit dem Ohr hört auf, und wir können die Anzahl derselben nur indirect vermittelst der kleinen Rillen bestimmen, welche in der Tischplatte entstanden sind. Der Ton hat sich gewissermafsen selbst aufgeschrieben. Die Rillen sind jedoch mit blofsem Auge selten mehr wahrzunehmen; es erscheint auf dem Tische eine zarte Linie, die sich beim Gebrauche einer Lupe in feine Rillen auflöset. Die höheren Töne erzeugen sogar Rillen, die man bei auffallendem Lichte erst vermittelst des Mikroskopes deutlich wahrnehmen kann [1]).

1) Schon Galilei hat die Schrilltöne beobachtet und die Rillen bemerkt. Die darauf bezügliche Stelle steht am Schlusse des ersten Dialoges cf. Pogg. Ann. Bd. 43, S. 525. Als er mit einem Schaber aus schneidendem Eisen eine Messingplatte schabte, um einige Flecken davon wegzubringen, hörte er zwischen den Streichungen deutliche Schrilltöne und bemerkte eine lange Reihe von feinen unter einander parallelen Streifen. Nur bei den Reibungen, die ein Geschrill hervorbrachten, blieben Eindrücke auf der Platte zurück. Je nach der gröfsern oder geringern Geschwindigkeit des Schabens trat ein höherer oder tieferer Ton auf. Auch fühlte er das Zittern des Eisens in seiner Hand. Strehlke (a. a. O. S. 527) bemerkt, dafs er das von Galilei beschriebene Experiment auf einem mehrere Fufs langen Stabe aus Zink mit einem etwas stumpfen Messer mit Leichtigkeit hervor-

3. Je glatter die Fläche, desto leichter entstehen constante Töne. Bei Anwendung von polirten Metallplatten ergeben sich dieselben Resultate. Die einzelnen Rillenlinien werden bei gleichmäfsiger Fortbewegung der Spitze des Messers aufserordentlich regelmäfsig. Es stellte sich das Resultat fest, *dafs*, *wenn ein Schrillton vernehmbar ist, auch die Rillen vorhanden sind*; und umgekehrt, *dafs*, *wenn eine Rillenlinie erscheint*, *jedesmal ein deutlicher Schrillton hörbar ist.* Bei gleichmäfsigem *Fortgleiten* entsteht niemals ein Ton, sondern nur ein unbestimmtes schwaches Geräusch. Auch durch das Gefühl gibt sich die intermittirende Bewegung deutlich zu erkennen, da die Platte selbst in Vibrationen versetzt wird, die sich auf die Luft und so auf unsere Gehörnerven übertragen. Durch resonirende Unterlage kann ferner der Schrillton bedeutend verstärkt und somit leichter wahrnehmbar gemacht werden.

4. Es liefs sich vermuthen, dafs Glasplatten zur Erzeugung von Schrilltönen wegen ihrer Glätte besonders geeignet seyen. Zahlreiche Versuche bestätigten diese Vermuthung vollkommen. Allein es erscheinen keine Rillenlinien, da die Spitze des Messers in das Glas nicht einschneidet.

Der Versuch wurde nun zunächst dahin abgeändert, dafs anstatt des Messers die Spitze eines Schreibdiamanten angewendet wurde. Er gelingt leicht, wenn der Hal-

gebracht habe. Er erhielt durch einen einzigen Strich mit der Schärfe das Messers eine grofse Menge einander paralleler Einschnitte, welche auf der Längenaxe des Stabes senkrecht waren und beinahe in gleichen Intervallen von einander abstanden.

Galilei brachte auch einen musicalischen Ton hervor, indem er das Messer über den Rand eines Piasters hinführte. Die kleine Zähnung der Münze bedingte den periodischen Charakter der Bewegung. Sie bestand aus einer Reihe von Schlägen, die einander in hinreichender Schnelligkeit folgten, um ein ununterbrochenes Tönen zu erzeugen. Er fand, dafs die Zahl der Einschnitte auf seiner Münze grofs war, wenn er einen hohen Ton beobachtete, und schlofs daraus, dafs die Höhe von der Schnelligkeit der Anstöfse abhinge. (Tyndall, der Schall. S. 60 und 62).

ter des Diamanten etwa einen Winkel von 60° mit der Fläche bildet; aufserdem mufs ein mäfsiger Druck mit der Hand ausgeübt werden, weil sonst nur Schnittlinien und keine Rillenlinien entstehen. Auch hier ist mit jedem Schrilltone eine Rillenlinie, mit jeder Rillenlinie ein Schrillton verbunden. Die Rillenlinien von Glas und Diamant unterscheiden sich von denen auf Holz und Metall dadurch, dafs die einzelnen Rillen zusammenhängen, was offenbar von der grofsen Härte des Diamanten herrührt. Sie gehen in schöne Wellenlinien über von aufserordentlicher Feinheit und Regelmäfsigkeit. Bei einem dieser Versuche wurden 180 Rillen auf 1 Mm. gezählt. Es mag noch bemerkt werden, dafs uns nur ein ziemlich stumpfer Diamant zu Gebote stand, so dafs sich die Zahl der Rillen wahrscheinlich noch bedeutend steigern läfst. Die optische Untersuchung der Linie ist hier sehr erleichtert, da man unter dem Mikroskope durchfallendes Licht gebrauchen kann. Die geringste Unregelmäfsigkeit der Oberfläche der Glasplatte reicht jedoch hin, um den Schrillton plötzlich in einen höhern oder niedrigern umspringen oder rauh und unangenehm werden zu lassen, was sich natürlich sofort in der Unregelmäfsigkeit der Rillenlinie markirt. Zu den folgenden Versuchen wurden daher meist geschliffene Glasplatten angewendet.

5. Um bei diesen Glasplatten auch die Spitze eines Messers benutzen zu können, probirten wir zunächst einen feinen Ueberzug von Rufs; allein dieser hat den Nachtheil, dafs er sich leicht an der Spitze des Messers festsetzt, und statt einer unterbrochenen Rillenlinie eine fortlaufende Schleiflinie gibt; in dieser Weise gelangen die Versuche sehr selten gut. Dagegen empfiehlt sich ganz besonders folgendes Verfahren. Man überziehe eine geschliffene Glasplatte mit einer feinen Schicht einer vorher filtrirten dünnen Gummilösung, indem man die Lösung über die Platte giefst und auslaufen läfst. Am besten stellt man die Platte schräg auf, die überzogene Seite nach unten gewendet, damit keine Staubtheilchen sich ansetzen und den Ueberzug

unregelmäfsig machen, und läfst den Gummi vollständig hart werden. Auf diese Weise wird der Ueberzug so dünn und regelmäfsig, dafs man ihn kaum auf der Glasplatte bemerkt. In diese Schicht nun schneiden sich die Rillenlinien sehr schön ein und die Schrilltöne werden in Folge dessen sehr deutlich und von constanter Höhe. Allerdings gehört erst einige Uebung dazu, mit der freien Hand operiren zu können. Um die Linie unter dem Mikroskope leicht aufzufinden, kann man die Platte nach dem Trocknen erst mit einer feinen Rufsschicht überziehen; dadurch wird aufserdem eine Verwechselung mit einer schon früher untersuchten Linie vermieden. Eine solche Wellenlinie ist in der gröfseren der beigegebenen phototypischen Figuren Taf. IX dargestellt. Man kann deutlich vier verschiedene Stellen unterscheiden, an denen die Hervorragungen der Messerschneide sich in der Gummischicht markirt haben. Noch mehr empfiehlt es sich, statt des Rufsüberzuges gleich der Gummilösung ein wenig Tusche beizumischen. Auch eignen sich jodirte und gesilberte Collodiumglasplatten, welche nach der Belichtung einen zarten schwarzen Ueberzug besitzen. In diesem Ueberzug sind die Rillenlinien der kleineren Figur entstanden [1]). Die überzogenen Glasplatten haben noch den Vortheil, dafs man sie nach der Entfernung des Ueberzuges immer wieder gebrauchen kann.

6. Ist der Schrillton constant und die Zeit bekannt, in welcher die Rillenlinie entstand, so läfst sich aus der Zahl der Rillen leicht die Schwingungszahl des Tones feststellen [2]). Ist die Zeit gleich *t* Secunden beobachtet,

1) Beide Figuren wurden in der phototypischen Anstalt von Landois und Thelen zu Münster und Bucholz hergestellt.

2) Galilei machte durch Vergleichung zweier Schrilltöne die erste, wenngleich nur relative, numerische Bestimmung. Er schreibt: „Dann merkte ich unter den Saiten des Cimbals zwei an, welche mit jenen, bei den durch das Schaben entstandenen Lauten im Einklange waren und fand sie genau um eine vollkommene Quinte verschieden, und wie ich darauf die Abstände der Striche, welche dem einen und

ferner die Rillenlinie gleich l^{mm} gemessen, und gehen auf 1^{mm} n Rillen, so ergibt sich die Zahl der in 1 Secunde entstandenen Rillen d. h. die Schwingungszahl des Schrilltones

$$s = \frac{l \cdot n}{t}.$$

Um nun Versuche in dieser Beziehung mit einiger Sicherheit anstellen zu können, mufste die Fortbewegung des einschneidenden Messers so gleichförmig wie möglich gemacht werden. Daher wurde das Messer zwischen zwei Spitzen in einen passenden Halter festgeklemmt, jedoch so, dafs es die Bewegung von oben nach unten leicht ausführen konnte. Dann wurde die präparirte Glasplatte unter der Spitze des schräg gestellten Messers vermittelst eines Uhrwerkes gleichförmig horizontal fortgezogen und durch ein Secundenpendel die Anzahl der Secunden bestimmt, welche der Versuch dauerte. Durch Fallenlassen und Aufheben der schreibenden Spitze konnte Anfang und Ende der Bewegung ziemlich scharf mit dem Beginn resp. dem Aufhören einer Secunde zur Incidenz gebracht werden. Auf diese Weise wurde die entstandene Rillenlinie aufserordentlich regelmäfsig. Zur Vorsicht wurde übrigens die Zahl n an mehreren Stellen der Linie bestimmt und davon das Mittel genommen. Folgendes Täfelchen gibt die Resultate einiger solcher Messungen an, die sich theils auf Versuche mit freier Hand, theils auf Versuche mit eingeklemmtem Messer beziehen.

dem anderen Streichen angehörten, mafs, so fand sich, dafs der Abstand des einen 45 Theile enthielt und 30 Theile des andern, welches in Wahrheit die der Quinte beigelegte Form ist." (a. a. O. S. 526).

No.	Zeit in Sec.	Ton	Länge der Rillenlinie in Mm.	Zahl der Rillen auf 1 Mm.	Schwingungszahl berechnet	Schwingungszahl bekannt	Differenz
1	11	*f'*	115	34	355	352	3
2	13	*d''*	200	39	600	594	6
3	10	*d''*	74	80	592	594	2
4	4	*d''*	55	41	564	594	30
5	12	*f'*	83	52,8	365	352	13
6	8	*f'*	83	33	342	352	10

Es möge noch bemerkt werden, daſs gleich nach dem Aufhören des Tones die Höhe desselben nach einer Stimmgabel bestimmt wurde. Wenn man nun bedenkt, daſs die Versuche höchstens 13 Sec. dauerten, so erscheinen die erhaltenen Differenzen im Vergleich mit den groſsen Schwingungszahlen gering.

7. Von Schrilltönen wurden zuletzt noch diejenigen untersucht, welche durch Reiben einer Glasfläche mit einem nassen Korke entstehen. Um die intermittirende Bewegung, welche der Kork hierbei auf der Glasplatte macht, zu fixiren, muſs ein ganz anderer Weg eingeschlagen werden, wie bei der Darstellung der vorigen Schrilltöne. Die Thatsache, daſs beim allmähligen Trocknen der Flüssigkeit an dem Korke oder auf dem Glase die Töne immer weniger hörbar werden und endlich ganz verschwinden, leitete auf den Gedanken, eine gefärbte Flüssigkeit anzuwenden und die Spuren des Korkes beim anfangenden Trocknen der Flüssigkeit zu untersuchen, noch ehe der Ton von selbst erlischt. Dies führte zum Ziele. Als Flüssigkeit wurde Dinte gewählt und es zeigten sich bei der Unterbrechung des Versuches in dem richtigen Momente auf den einzelnen Reibungslinien unter dem Mikroskope die schönsten Wellensysteme. Uebrigens können dieselben nur bei starkem auffallendem Lichte, am besten

im directen Sonnenlichte deutlich gesehen werden. Taf. VII Fig. 12 gibt die Wellenlinien wieder, die auf einem Glasobjectplättchen mit einer Korkspitze entstanden. Zuweilen sind Doppeltöne hörbar; dieselben markiren sich auf der Platte sofort in einem doppelten Wellensysteme. Da die Töne meist sehr hoch und nur schwer genau bestimmbar sind, so mufste von Zählungen und Messungen vorläufig Abstand genommen werden.

8. Ueberall, wo freie Hervorragungen über eine glatte Fläche streifen, vernehmen wir ähnliche Schrilltöne, die zuweilen aufserordentlich bestimmt sind und längere Zeit constant bleiben, meist aber wohl rasch wechselnd und in einander übergehend auftreten. Sie sind vernehmbar beim Schreiben auf einer Tafel mit Stift oder spitzer Kreide; wir hören diese schrillen Töne beim Drehen schlecht geölter Thür- und Fensterangeln oder Karren- und Wagenräder; sie dringen in unser Ohr im Coupé, wenn der Zug zum Stehen gebracht wird, oder auf einem Spazirgange, wenn der Wind zwei glatte Baumäste an einander reibt. Ein wesentlicher Unterschied in der Entstehung dieser Töne und der Töne, die ein Geiger, entweder festgreifend oder von einem Griff zum andern wischend auf seinem Instrument hervorbringt, kann nicht aufgestellt werden. Selbst die Harmonie tritt bei ihnen zuweilen in Doppeltönen auf, während die Melodie, nur der Kunst angehörend, selbstverständlich ausgeschlossen bleibt [1]).

1) Es ist eine bekannte optische Täuschung, dafs, wenn das Auge durch eine, längere Zeit andauernde, rasche Bewegung nach derselben Richtung ermüdet ist, die Bewegung beim Hinsehen nach ruhenden Gegenständen sich auf diese und zwar in entgegengesetzter Richtung zu übertragen scheint. Dieselbe Täuschung kann auch beim Entstehen der Schrilltöne hervorgerufen werden. Verfolgt man eine Zeitlang die auf- und ab sich bewegende Messerspitze, während sie den Ton hervorbringt, dieselbe scharf fixirend, und sieht dann plötzlich auf die Oberfläche des Tisches oder der Hand, so scheinen sich die Theilchen derselben in entgegengesetzter Richtung fortzubewegen. Die Erscheinung ist zwar, entsprechend der geringen Bewegung der Spitze, nur sehr minutiös, trat aber bei der Wiederholung des Versuches je-

9. Die Gesetze, welche für die Schrilltöne Geltung haben, können uns auch über die *Reibungstöne der Gliederfüfser* manchen Aufschlufs geben, indem wir es bei diesen Thieren mit ganz analogen Erscheinungen zu thun haben. Bei Krabben, Spinnen, Käfern, Heuschrecken usw. sind die feinen Einschnitte auf ihren Raspelorganen bereits vorhanden und über dieselben wird die scharfe Kante irgend eines Körpertheiles hin- und herbewegt[1]). Auch bei ihnen steht die Höhe des Tones im innigsten Zusammenhange mit der Feinheit der Rillen und andererseits mit der Geschwindigkeit, mit welcher die betreffenden Raspelorgane über einander gerieben werden. Wenn die Feldheuschrecken etwa langsam mit den Schenkelbewegungen beginnen, so sind die Schrilltöne auch tiefer, als wenn die Strichbewegung rasch ausgeführt wird. Auch bei den Heimchen, Grillen, Bockkäfern, Wanzen usw. wird der Ton um so höher, je schneller die Bewegungen und je feiner die Rillen ihrer Organe sind.

10. Kennt man die Anzahl der Rillen, wie auch die Länge des Raspelapparates und ist aufserdem die Zeit bestimmt, so läfst sich daraus die Höhe des Tones berechnen, welche das Insect hervorbringt. Andererseits lassen sich auch die übrigen unbekannten Gröfsen finden, indem aus der Höhe des Tones, Länge der Raspel und aus der Zeit der Bewegung auch die Anzahl der vorhandenen Rillen resultiren mufs.

Nennen wir bei den Schrilltönen der Insecten:

l die Länge der Raspelleiste in Mm.,

n die Anzahl der Rillen derselben auf 1 Mm.

t die Zeit, welche während des Angeigens der Raspelleiste verfliefst, in Sec.

desmal wieder unzweifelhaft hervor. Nur zufällig wurde die Erscheinung zuerst bemerkt, da der Beobachter, gestützt auf diese Täuschung, glaubte, die Glasplatte bewegte sich sehr langsam über den Tisch hin. So wurde durch diese zweite Täuschung die ursprüngliche erkannt.

1) Vgl. H. Landois, die Ton- und Stimmapparate der Insecten. Leipzig 1867. Ch. Darwin, die Abstammung des Menschen, pag. 313 u. ff. Stuttgart 1871.

s die Schwingungszahl des Schrilltones, so ergibt sich die Formel, wie oben

$$s = \frac{l \, . \, n}{t}.$$

Wir sind demnach im Stande, sobald drei dieser Gröſsenangaben bekannt sind, die vierte Unbekannte zu finden.

11. Praktische Verwerthung kann diese Formel in sehr vielen Fällen auf dem Gebiete der Lautäuſserungen der Insecten finden. Handelt es sich z. B. um die *Bestimmung des Tones* eines Bockkäfers, so hat man zunächst l, n und t aufzusuchen.

Bei einem 18 Mm. langen männlichen Moschusbock, *Cerambyx moschatus*, betrug die Länge der Reibleiste 1 Mm.; auf derselben wurden 364 Rillen gezählt. Er bewegte die scharfe Kante der Vorderbrust ungefähr 6 Mal in der Secunde über seinen Schrillapparat, so daſs für jeden Ton 0,17 Sec. Zeit verstrich. Daraus berechnet sich der Schrillton dieses Käfers

$$\frac{1 \, . \, 364}{0{,}17} = 2141.$$

Diese Zahl stimmt beinahe mit der Schwingungszahl des Tones d'''' überein. Sobald der Käfer schneller oder langsamer sein Raspelinstrument in Bewegung setzt, berechnet sich auch der Schrillton verhältniſsmäſsig höher oder tiefer.

Das derselben Spezies angehörende Weibchen von 27 Mm. Länge, besitzt eine Raspelleiste von 1,5 Mm. Länge. Auf derselben wurden 304 Rillen gezählt, so daſs auf 1 Mm. 202,6 Rillen kommen. Nehmen wir die Zeit des Reibens gleich der beim Männchen an, so berechnen sich die Schwingungen

$$\frac{304}{0{,}17} = 1788,$$

welche Zahl ungefähr der Schwingungszahl des Tones a''' entspricht. Jeder Laie hört auch schon den Ton des

Männchens dieser Käferspecies höher wie beim Weibchen. Damit stimmt das Resultat unserer Rechnung.

Beim Riesen-Gartenbock, *Cerambyx heros*, findet sich die Länge der Reibleiste gleich 3,4 Mm. Anzahl der Rillen auf 1 Mm. 70. Die Zeit der Reibung beträgt 0,32 Sec. Sein Schrillton berechnet sich daher auf

$$\frac{3{,}4 \,.\, 70}{0{,}32} = 744,$$

welche Zahl dem Tone f'' unserer Notenskala ungefähr entspricht.

12. Auch können wir unsere Untersuchungen auf die *Erforschung unhörbarer* Töne anwenden.

Es läſst sich nämlich bei äuſserst kleinen Bockkäfern, deren Ton für das menschliche Ohr zu schwach oder zu hoch ist, um gehört zu werden, der Ton mit Sicherheit bestimmen. Dafür folgendes Beispiel: Die Länge der Reibleiste bei dem kleinen Böckchen, *Gracilia pygmaea*, beträgt 0,375 Mm.; die Anzahl der Rillen auf dieser 113 Stück; Zeit der Reibung 0,08 Sec.; also wird sein Schrillton, wie für die Verwandten seines Gleichen

$$\frac{113.}{0{,}08} = 1413 = f'''$$

erklingen, während doch unser Ohr, wahrscheinlich wegen der Schwäche, nichts vernimmt.

13. Endlich erhalten wir auch über die Töne *fossiler Insecten* Aufschluſs. Denn bei ihnen lassen sich in manchen Fällen die Anzahl der Rillen und Länge der Reibleiste feststellen. Nehmen wir hypothetisch eine ähnliche Zeit für das Anstreichen ihres Raspelorganes an, wie bei den verwandten lebenden Insecten, so wird sich die Höhe ihres Tones mit annähernder Sicherheit bestimmen lassen.

Münster i. Westf. 18 Octob. 1873.

Erklärung der Abbildungen auf der letzten Tafel dieses Bandes.

Die auf dieser Tafel befindlichen Figuren stellen mikroskopisch photographirte Schrilllinien dar, welche phototypisch vervielfältigt wurden. Vergröſserung $\frac{200}{1}$.

In dem obern Präparate finden sich Theile von drei Schrilllinien, welche auf einer jodirtgesilberten und belichteten Collodion-Glasplatte dargestellt wurden. Die Unterbrechungen in der Längsrichtung der Einschnitte rühren von mikroskopisch kleinen Scharten der Schneide des Messers her.

Das untere Präparat enthält einen Theil einer Schrilllinie auf einer gummirten schwach beruſsten Glasplatte. Man erkennt einerseits die Regelmäſsigkeit solcher Schrilllinien, andererseits die Mannigfaltigkeit in der Form, welche sich theils nach der Unterlage, theils auch nach der Schneidelinie des Messers richtet.

Taf. VII, Fig. 12 — Diese Figur enthält die Darstellung derjenigen Schrilllinien, welche vermittelst eines Korkes und Dinte auf einer Glasplatte hergestellt wurden.

V. *Meteorologische Notizen; von E. Budde.*

Ich erlaube mir im Folgenden zwei Notizen über meteorologische Gegenstände mitzutheilen, deren Inhalt ich, da er von der augenblicklichen Richtung meiner Studien weit abliegt, nicht weiter zu verfolgen gedenke; sie scheinen mir nur deſshalb der Veröffentlichung auch in ihrem rudimentären Zustande werth, weil sie vielleicht einen Physiker zu eingehender Bearbeitung der betreffenden Stoffe veranlassen. Besonders würde es mich freuen, wenn die zweite einem Optiker Anlaſs gebe, die Fortpflanzung des Lichtes in Medien mit feiner Trübung allgemein, und namentlich experimentell zu untersuchen.