Über die Quelle und den Betrag der durch Luftballons geleisteten Arbeit.

Von **Josef Popper.**

(Mit 1 Tafel.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 7. April 1875.)

I.

Unmittelbar nach Erfindung der Luftballons durch die Brüder Montgolfier beschäftigte man sich bereits mit der Aufgabe, die Steigkraft und die Steighöhe der Aërostaten in eine quantitative Beziehung zu ihrem Volum und ihrem Füllungsmaterial zu bringen.

Es schien dies bisher eine sehr einfache Aufgabe; allein bei genauerer Betrachtung ergibt sich, dass diese Berechnungen namentlich für Warmluftballons, keine richtigen sein konnten, insoferne nicht die erst in unseren Tagen zur Geltung gekommene Erfahrung mitberücksichtigt wurde, dass die Ausdehnungsarbeit der Gase, denen von aussen keine Wärme zugeführt wird, und die eben nur auf ihre eigene angewiesen sind, nur auf Kosten dieser letzteren geleistet wird; man sieht daher sofort, wie durch Aufnahme dieser Aequivalenz zwischen Wärme und Arbeit Volum, Steigkraft und Steighöhe der Aërostaten wesentlich anders als nach den bisherigen Rechnungen ausfallen müssen, und es ist mir nicht bekannt, dass eine derartige Correction bisher vorgenommen wurde.

Noch wichtiger erschien es aber auf diesem Standpunkte, den Luftballon überhaupt als eine arbeitleistende Maschine zu betrachten und in analoger Weise wie bei den in der Physik behandelten Kreisprocessen, nachzuforschen, woher die in ihn gelegte Arbeitsquantität stamme, wie gross dieselbe sei und in welcher Art sie als gelieferte Arbeit aus dieser merkwürdigen Maschine wieder hervortrete.

Offenbar soll sich ergeben, dem Gesetze der Erhaltung der Arbeit entsprechend, dass zwischen eingenommener Arbeit einerseits und ausgegebener nebst disponibler Arbeit andererseits Gleichheit resultire, und eben dieser Nachweis ist der eigentliche Zweck der nachfolgenden, meines Wissens neuen, Untersuchung.

II.

Das allen bisherigen Aërostaten gemeinsame Princip besteht darin, durch Verdrängung eines ihrem Volum gleichen Luftvolums eine verticale Steigkraft hervorzurufen, deren Grösse in jedem Augenblicke, d. h. in jeder Position in der Atmosphäre gleich ist der Differenz zwischen diesem verdrängten Luftgewicht und dem totalen Ballongewicht, welches durch die Construction selbst schon nothwendig wird, also der „todten" Last; die Differenz zwischen diesen beiden Gewichten kann dann ganz oder theilweise zur Haltung oder Hebung von Nutzlast verwendet werden.

Die Art der Aufwärtsbewegung hängt dann ganz und gar von dieser aufgeladenen Nutzlast und mittelbar von dem nach unten drückenden Luftwiderstande ab; ist die Nutzlast kleiner als die Steigkraft, so ergibt sich ein Aufwärtsdruck, der sich dann in einer beschleunigten Aufwärtsbewegung manifestirt und zugleich mit dieser entsteht eben der Luftwiderstand, der sich ihr entgegensetzt; wir werden aber stets die Nutzlast nur um ein unendlich Geringes kleiner als die Steigkraft voraussetzen; daher tritt in unserer Untersuchung auch nur eine unendlich langsame, gleichförmige Bewegung und hiemit auch gar kein Luftwiderstand auf, d. h. es kommen in allen folgenden Rechnungen die mechanischen Arbeiten in Form von sogenannter lebendiger Kraft, also als Massengeschwindigkeiten, niemals zum Vorschein.

Ferner wollen wir stets voraussetzen, die Beschleunigung der Schwere und die Temperatur der Atmosphäre sei in allen Positionen des Aërostaten constant und gleich den am Erdboden geltenden Werthen dieser Grössen.

Alle diese Annahmen vereinfachen die Untersuchung und benehmen ihr nichts an theoretischer Allgemeinheit bezüglich des angestrebten Zieles, und man wird dies nach Betrachtung der durchgeführten Untersuchung leicht entnehmen können.

III.

Zur Verwirklichung des erwähnten Constructionsprincips wäre ein luftleeres Gefäss — Pater Lana's Vorschlag — das vollkommenste Mittel; es sind aber bis jetzt keine genügend leichten Materialien oder Constructionen aus denselben bekannt, die dem Athmosphärendrucke zu widerstehen vermögen; man wählt daher in der Praxis sackartige Behälter, die mit ausdehnsamen Flüssigkeiten, leichter als Luft der herrschenden Temperatur, gefüllt werden; es beruht also die praktische Möglichkeit der Aërostaten auf der Erfahrung, dass ausdehnsame Flüssigkeiten bei verschiedenem specifischen Gewicht dennoch gleiche Drücke auf ihre Scheidewände ausüben können, und diese Eigenschaft der Gase ist ein ähnlicher Fund und a priori nicht vorherzusagen gewesen, wie die Eigenschaft der Körper, die den Achromatismus erst möglich machte, nämlich die: bei gleichem Lichtbrechungsvermögen ein verschiedenes Farbenzerstreuungsvermögen zu besitzen.

In unserer rein theoretischen Betrachtung können wir aber ganz gut zum Zwecke der übersichtlicheren Darlegung unserer ganzen Rechnungsmethode die luftleeren Behälter ebenso, wie die mit Gas oder heisser Luft gefüllten Ballons betrachten.

IV.

Untersuchung der luftleeren Aërostaten.

Bei diesen, so wie bei den Gas- und Warmluftballons nehmen wir immer an, dass die Hülle, resp. das nothwendige Ballongewicht oder die todte Last gleich Null sei, und dass die Nutzlast durch Ballast repräsentirt sei, der durch Auswerfen stets so regulirt wird, dass die Nutzlast der Steigkraft bis auf unendlich wenig nahe komme.

Der Vorgang im Falle luftleerer Aërostaten ist dann folgender:

Ein gewichtloses Gefäss wird z. B. durch Herausziehen eines Stämpels vom Boden desselben bis zu einer bestimmten Entfernung von demselben zu einem vollkommen luftleeren gemacht und dieser Kolben werde dann in dieser Position, bei welcher das Gefässvolum V ein Vacuum bildet, fixirt, so dass er dem äusseren Luftdrucke zu widerstehen vermag. Durch diesen Process entsteht nun eine Steigkraft S, die von der Dichte der Atmosphäre abhängt; durch Ballastaufgeben wird diese Steigkraft beinahe gänzlich compensirt, das Gefäss steigt langsam in eine höhere und dünnere Luftschichte, hiedurch nimmt die Steigkraft ab; zur Compensation dieser Abnahme wird Ballast ausgeworfen, der Ärostat steigt wieder, und dies geht in dieser Art so fort, bis eine Höhe erreicht ist, bei welcher die Steigkraft gleich Null wird und sämmtlicher Ballast demnach bereits ausgeworfen sein muss, wonach blos die gewichtlosen Gefässwände allein hier noch übrig bleiben.

Berechnung.

Es heisse V das Volum des luftleeren Gefässes,

p_h der atmosphärische Druck in einer Höhe h über dem Erdboden,

d_h das Gewicht der Cubikeinheit der atmosphärischen Luft in der Höhe h,

S_h die Steigkraft des Aërostaten in derselben Position,

A_h die von der Erdoberfläche bis zur Höhe h vom Aërostaten geleistete Arbeit, die nach Obigem hier in Gewichtserhebung besteht.

Dann ist

$S_h = Vd_h$ und da bekanntlich $\frac{p_h}{p_0} = \frac{d_h}{d_0} = e^{-\frac{d_0}{p_0}\cdot h}$, wo $e = 2\cdot718\ldots$ und p_0 und d_0 für die Erdoberfläche Luftdruck und Dichte bedeuten, so ist auch

$S_h = Vd_0 e^{-\frac{d_0}{p_0}\cdot h}$ und S wird $=0$ für $h=\infty$, d. h. für die Grenze der Atmosphäre. Die vom Aërostaten geleistete Elementararbeit ist

$dA_h = S_h . dh = Vd_0 e^{-\frac{d_0}{p_0}\cdot h} dh$, also die Totalarbeit $A_{h=\infty} =$

$$= \int_0^\infty Vd_0 e^{-\frac{d_0}{p_0}\cdot h} dh, = p_0 V.$$

Nun besteht die in den Aërostaten hineingelegte Arbeit offenbar in nichts anderem, als in der Überwindung des atmosphärischen Druckes beim Entleeren desselben, also in der Zurückdrängung des Druckes p_0 von 0 bis V, also ist die Entleerungsarbeit $A_e = p_0 V$ genau gleich A_h.

Ein luftleeres Gefäss, durch die freie Atmosphäre mechanisch wirksam gemacht, repräsentirt demnach, ähnlich wie eine Schraubenspindel sammt ihrer Mutter oder ein Kolben in einem Dampfcylinder, eine äusserst einfache Maschine, und zwar genau und an und für sich betrachtet, repräsentirt das luftleere Gefäss den Receptor für Aufnahme eines Arbeitsquantums; diese Arbeit wird vollständig wiedergewonnen, indem das luftleere Gefäss ausser der Darstellung eines Receptors in Combination mit der Atmosphäre auch eine cinematische Combination abgibt, welche geeignet ist, wie andere unserer Zwischenmaschinen, aufgenommene Arbeit in anderer Form wiederzugeben, d. h. das Product aus Druck und Bewegung, das ihr eingeimpft wurde, in andere Factoren so zu zerlegen, dass dieses Product dasselbe bleibt.

V.

Untersuchung der Gasballons.

Vorgang: In einen gasdichten, anfangs ganz zusammengefalteten Sack wird leichtes Gas, z. B. Wasserstoff- oder Leuchtgas eingeleitet; hiedurch bläht sich derselbe auf und man erlaubt ihm wegen der grösseren Spannung im ganz aufgeblähten Zustande in grösserer Höhe, aus Gründen der Sicherheit blos eine partielle Gasausfüllung; dieses Theilvolumen des Ballons heisse V_0; es entsteht eine Steigkraft S, sie wird durch Ballast fast vollständig compensirt, es tritt ein langsames Heben ein, hiermit der Eintritt in dünnere Luft; eine Abnahme der Steigkraft wäre auch hier die unmittelbare Folge, allein das Gas drückt die nachgiebige Hülle zugleich nach auswärts, bis innerer und äusserer Druck gleich geworden sind; durch diese Volumsvergrösserung wird die Steigkraft also wieder vermehrt, und diese Vermehrung und jene Verminderung stehen quantitativ in einer Beziehung, die die Rechnung lehren muss.

Nun aber leistet das Gas durch Herausdrücken der Hülle gegen den Luftdruck eine Arbeit; diese kann es nur auf Kosten von Wärme bestreiten; würde die Hülle keine Wärmeausgleichung mit der Atmosphäre zulassen, so müsste der Gasballon also durch Aufzehrung von Eigenwärme erkalten; wir wollen nun annehmen, der Gasballon nehme Wärme durch die Hülle hindurch von der äusseren Luft auf und den anderen, also allgemeinsten Fall, bei der Untersuchung der Wärmeluftballons durchführen.

Der somit stets gleich warme Gasballon steigt nun in der angedeuteten Weise immer höher, bis er im Abstande h_1 vom Erdboden endlich ganz aufgeblasen sein wird; hier aber kann er noch nicht stehen bleiben, denn er besitzt eben die dieser Position entsprechende Steigkraft. Der Aërostat erhebt sich daher weiter, sein Volum kann sich nun nicht mehr ändern, die Steigkraft in grösseren Höhen wird also gewiss immer abnehmen, der Verlust wird durch continuirliches Ballastauswerfen compensirt und endlich wird $S = 0$, wo alle Nutzlast bereits ausgeworfen sein muss und nur der gewichtlose, wie unten gleich warme Gassack, vollständig gespannt, in einer Höhe h_2 ruhig stehen bleibt.

Berechnung.

a) der Steigkräfte und der Steighöhen des Gasballons.

Es heisse V_h das Volum des Aërostaten in der Höhe h über der Erde,

D_h das Gewicht der Cubikeinheit Gas in dieser Höhe,

P_h der Druck desselben in derselben Position,

G das Gewicht des Gases,

T dessen absolute Temperatur, auch gleich jener der Atmosphäre,

S_h die Steigkraft des Ballons in der Höhe h,

p_h und d_h die entsprechenden Werthe der Atmosphäre,

h_1 sei die Höhe, in welcher soeben die volle Aufblähung des Ballons stattfindet,

h_2 die ganze Steighöhe.

In jeder Position ist

$$S_h = V_h(d_h - D_h) = V_h D_h \left(\frac{d_h}{D_h} - 1\right) = G\left(\frac{d_h}{D_h} - 1\right).$$

Vermöge der sogenannten Zustandsgleichung der Gase muss ferner sowohl für das Ballongas wie für die atmosphärische Luft respective gelten $PV = RT$ und $pv = rT$, wo R und r zwei constante Grössen und V und v die Volumina der Gewichtseinheit bedeuten; da nun $V = \frac{1}{D}$ und $v = \frac{1}{d}$, so ist immer $\frac{P_h}{D_h}$ wie auch $\frac{p_h}{d_h}$ constant; ausserdem ist wegen der Nachgiebigkeit der Hülle in jeder Position zwischen 0 und h_1 .... $P_h = p_h$, also folgt auch $\frac{D_h}{d_h}$ constant und $= \frac{D_0}{d_0}$, d. h. das Verhältniss der Dichten zwischen Gas und Luft bleibt dasselbe, so lange sich der Ballon überhaupt noch aufblähen kann, und endlich ergibt sich auch, dass die Steigkraft S zwischen 0 und h_1 constant $= G\left(\frac{d_0}{D_0} - 1\right)$ bleibt. (1)

Um diese Höhe h_1 selbst zu bestimmen, ist nur zu berücksichtigen, dass in dieser bestimmten Position nach dem Angeführten $P_1 : P_0 = p_1 : p_0 = d_1 : d_0 = D_1 : D_0 = V_0 : V_1$ ist, wobei die Grösse V_1 eben gegeben sein muss, indem ja bekannt ist, in welcher Beziehung die partielle Füllung zum Totalvolum steht.

Also haben wir $p_1 = p_0 \cdot \frac{V_0}{V_1}$ und da überhaupt $p_1 = p_0 \cdot e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h_1}$ ist, so folgt

$$\frac{V_0}{V_1} = e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h_1} \text{ oder } h_1 = \frac{p_0}{d_0} \log \text{nat} \frac{V_1}{V_0}. \tag{2}$$

Während nun ein weiteres Steigen mit constantem Volum V_1 constantem Innendruck P_1 und constanter Gasdichte D_1 stattfindet, wird endlich eine Steighöhe h_2 erreicht, für welche $S = 0$, also $d_2 = D_2 = D_1$ ist, also $d_2 = D_1 = D_0 \cdot \frac{V_0}{V_1} = d_0 \cdot e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h_2}$ und hieraus

$$h_2 = \frac{p_0}{d_0} \log \text{nat} \frac{d_0 V_1}{D_0 V_0} \tag{3}$$

Die zwischen h_1 und h_2 vorhandene Steigkraft S_h ist immer gleich $G\left(\frac{d_h}{D_y}-1\right)$ oder

$$S_h = V_1\,[d_h - D_h] = V_1\left[d_0 e^{-\frac{d_0}{p_0}\cdot h} - \frac{V_0}{V_1}\cdot D_0\right] \tag{4}$$

also immer mehr und bis auf Null abnehmend.

VI.

b) Berechnung der aufgenommenen und ausgegebenen Arbeiten.

Hiefür muss folgende Betrachtung eingeführt werden:

Das den Ballon aufblähende Gas wird stets auf einem nicht unmittelbar rein mechanischen Wege gewonnen, bei dem nämlich nichts Anderes als Drücke und Bewegungen in ihrer Wechselbeziehung als Arbeit auftreten, sondern es geschieht dies auf chemisch-physikalischem Wege, durch sogenannte Molecularkräfte.

So wird der Wasserstoff aus einer chemischen Verbindung durch eine Überwindung einer chemischen Arbeit, der Affinität, z. B. aus dem Wasser der Schwefelsäure frei; das Leuchtgas wird durch Glühen, respective trockene Destillation der Kohle, wobei ein fester Zustand in einen gasförmigen übergeht, also ebenfalls durch Überwindung innerer Arbeit frei.

Zu dieser Entwicklung der Füllgase ist also jedenfalls bereits ein bestimmter Arbeitsaufwand nöthig; es ist aber durchaus nicht gleichgültig, unter welchen äusseren Umständen diese Gasentbindung vor sich geht, z. B. welcher Druck sich dem entstehenden Gase entgegenstemmt.

Wir trennen also in den nachfolgenden Berechnungen diese beiden Arbeiten und nennen die erste die Gasentwicklungsarbeit und die andere, die sich dadurch geltend macht, dass die sich blähende Ballonhülle den athmosphärischen Druck vor sich her schiebt, die Füllungsarbeit.

Diese erwähnte Abhängigkeit der chemischen Processe von dem Drucke geht mitunter so weit, dass sie sogar theilweise oder ganz unterdrückt werden können. Seit älteren Versuchen (z. B. von Babinet, wie Berthelot anführt) stellte namentlich Cailletet (C. R. 1869) es durch Versuche fest, dass sich Wasserstoff im Vacuum bedeutend rascher entwickle, als unter atmosphärischem Drucke, dass sich z. B. Zink in Salzsäure unter einem Drucke von 120 Atmosphären nur im $\frac{1}{100}$ des Betrages wie unter atmosphärischem Druck auflöse; er war im Stande, die galvanische Wasserzersetzung durch hohen Druck fast gänzlich zu unterdrücken und ferner Zink im Überschusse durch volle 12 Tage unter hohem Drucke im Contact mit Schwefelsäure zu belassen, ohne dass letztere durch Auflösung des ersteren gesättigt worden wäre.

Hieraus kann man schliessen, dass beim Füllen eines Gasballons die anfänglich aufzuwendende Arbeit durch den auf denselben wirkenden Luftdruck vergrössert werde; dass ferner eine raschere Gasentbindung, also eine raschere Füllung erzielt werden könnte, wenn man dem Gase zu Hülfe käme, indem man, ähnlich wie mittelst der Exhaustoren in den Gasanstalten, durch ein Gebläse das Gas in den Ballon hineinpresst, und endlich ergibt sich noch das interessante Resultat, dass, im Falle bedeutende Pressungen der atmosphärischen Luft vorhanden wären, das Füllen der Aërostaten ohne künstliche Mittel sehr erschwert oder gar nicht durchzuführen wäre.

Denken wir nun den Aërostaten bis zum Volumen V_0 durch das Gas aufgebläht und dann den Process unterbrochen, so wurde hiernach in ihn ein gewisser Arbeitsbetrag hineingelegt; er diente also als Receptor für die Füllungsarbeit A_f, d. h. der mechanischen Leistung beim Überwinden des Luftwiderstandes; aber ausserdem enthält er mit dem Gase zugleich die demselben innewohnende innere Arbeit, also Wärme und chemische Arbeit, die uns eventuell ebenfalls zu Gebote stünde.

Die letztere ist die bei der Verbrennung des Wasserstoffs oder Leuchtgases zu erhaltende „Verbrennungswärme“, die auch der Entbindungsarbeit äquivalent ist; da wir aber durch den Ballon in dieser Weise keine Arbeit entwickeln wollen, indem nur mechanische Kräfte zur Äusserung gelangen sollen, so kommt die innere Gasarbeit nicht weiter in Betracht, und muss im Ganzen stets als für unsere Zwecke überflüssige, unentwickelte Arbeit („Spannkraft“) angesehen werden.

VII.

Die Füllungsarbeit A_f ist hier genau wie beim luftleeren Gefässe

$$A_f = p_0 V_0 \tag{5}$$

Die Hebungsarbeit A_H nennen wir die Arbeit zum Heben der Ballastgewichte, die den jeweiligen Steigkräften gleich sind und wir zerlegen A_H in A_1 und A_2, wobei A_1 die Hebungsarbeit von 0 bis h_1 reichend und A_2 jene von h_1 bis h_2 geltend vorstellen soll.

Es ist sodann mit Benützung von (1) und (2)

$$A_1 = \int_0^{h_1} S dh = V_0(d_0 - D_0) \cdot h_1 = V_0\left(1 - \frac{D_0}{d_0}\right) p_0 \log \text{nat} \frac{V_1}{V_0} \tag{6}$$

und zufolge (4) ist ferner

$$A_2 = \int_{h_1}^{h_2} S dh = \int_{h_1}^{h_2} V_1\left[d_0 e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h} - \frac{V_0}{V_1} D_0\right] dh = -V_1 \left[p_0 e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h} - \frac{V_0}{V_1} D_0 \cdot h\right]_{h_2}^{h_2}$$

oder

$$= -V_1 \left[p_0\left(e^{-\log \text{nat} \frac{d_0 V_1}{D_0 V_0}} - e^{-\log \text{nat} \frac{V_1}{V_0}}\right) + \frac{V_0 D_0 p_0}{V_1 d_0} \log \text{nat} \frac{\frac{d_0 V_1}{D_0 V_0}}{\frac{V_1}{V_0}}\right]$$

und nach gehöriger Reduction wird dann

$$A_2 = p_0 V_0 \left[1 - \frac{D_0}{d_0} + \frac{D_0}{d_0} \log \text{nat} \frac{D_0}{d_0}\right]. \tag{7}$$

Wie schon hervorgehoben wurde, ist das Constanthalten der Steigkraft zwischen 0 und h_1 mit einem weiteren Aufblähen der Hülle, also mit einem ferneren Zurückdrängen des atmosphärischen Druckes verbunden, denn bei constantem Ballonvolumen hätte die Triebkraft zwischen 0 und h_1 ebenfalls abgenommen, wie dies zwischen h_1 und h_2 der Fall ist; diese Ausdehnungsarbeit A_a des Gases geschah auf Kosten von Wärme und nach unserer Annahme von der äusseren Luft durch die Hülle hindurch entzogenen Wärme; demnach ist der Process der Arbeitsaufnahme mit dem Füllen an der Erdoberfläche noch nicht vollendet, sondern es fand ein ferneres Hineinlegen einer Arbeit statt, die bekanntlich beim Ausdehnen eines vollkommenen Gases von V_0 bis V_1 unter constanter Temperatur gleich ist:

$$A_a = P_0 V_0 \log \text{nat} \frac{V_1}{V_0} \tag{8}$$

und A_a ist also ebenfalls dem Receptor in Rechnung zu stellen.

Offenbar ist A_a schon in A_1 enthalten und wir sehen hier, wie es vermöge der eigenthümlichen Wirkungsweise der Ballonmaschine wieder dadurch zum Vorschein kommt, dass in Folge des Stemmens auf die atmosphärische Luft beim weiteren Aufblähen eine Kraft vertikal aufwärts entwickelt wird.

Wenn der Ballon in h_2 ankömmt und stehen bleibt, so hat er gar keinen Ballast mehr bei sich und ausser der gewichtlosen Hülle besitzt er nur noch das ganze mitgenommene Gasgewicht; dieses wurde auf eine Höhe h_2 gehoben und demnach dürfen wir nicht vergessen, auch diese Arbeit der Gashebung A_g in Rechnung zu ziehen; mit Benützung der Ausdrücke für G und h_2 in (3) ist dann

$$A_g = G.h_2 = V_0 D_0 . \frac{p_0}{d_0} \log \text{nat} \frac{d_0 V_1}{D_0 V_0} \tag{9}$$

VIII.

Nun wäre die Betrachtung aller aufgenommenen und abgegebenen Arbeiten erschöpft, die vom Beginn des Füllens bis zum Moment des Stillstehens überhaupt sich äussern konnten.

Nunmehr fassen wir den oberen Ruhezustand des Aërostaten in der Höhe h_2 näher ins Auge; das Füllgas besitzt zufolge der wärmedurchlassenden Ballonhülle genau dieselbe Temperatur T, wie bei der Füllung am Erdboden (und wie die Atmosphäre), ein grösseres Volum und also geringere Spannkraft und Dichte. Wir nehmen aber, zufolge Anwendung der obigen Zustandsgleichung vollkommener Gase, an, dass eine blosse Verdünnung, also ein grösserer Abstand der Gasmolecüle, gar keine Änderung der inneren Arbeit repräsentire, also befindet sich das Gas in dieser Beziehung genau im ursprünglichen Zustande. Es hat demnach blos die Rolle eines Zwischenkörpers gespielt, der eben nur die Aufgabe hatte, Arbeit aufzunehmen und sie dann wieder abzugeben.

Wenn wir daher dieses Gas nach Erfüllung dieser Aufgabe in der Position h_2 wieder aus dem Ballon entfernen, bis derselbe so schlaff zusammenfällt wie vor der Füllung, also einen blossen Sack bildet, so ist der Process als abgeschlossen anzusehen.

Das Entfernen des Gases mag nun wie immer geschehen, sei es durch Aufsteigen in einen Gasometer, sei es durch Verbrennung, also durch chemische Attraction u. s. w., in jedem dieser Fälle wird der Ballon zu einem Vacuum umgebildet, dessen Hülle wir während des Entleerungsprocesses in ihrer Ausdehnung V_1 fixirt denken wollen. Ist die Entleerung vollendet und wir lassen dann die Hülle los, d. h. eventuellen Drücken nachgeben, so muss sich offenbar sofort der in h_2 herrschende Luftdruck p_2 geltend machen und den Ballon zu einem Sack zusammenstürzen machen, d. h. es tritt eine weitere mechanische Arbeit, eine Klapparbeit A_k auf. Diese Zusammenklappungsarbeit könnten wir beliebig verwerthen, z. B. auch dazu, die Entleerung zu beschleunigen, also das Gas in seiner chemischen Anziehung zu anderen Stoffen zu unterstützen u. dgl.

A_k repräsentirt demnach eine weitere, früher nicht entwickelte, aber disponible Arbeit, die wir nunmehr berechnen müssen:

Da bei A_k genau dieselbe Betrachtung gilt wie bei der Füllungsarbeit, so haben wir entsprechend

$$A_k = p_2 V_1,$$

wo

$$p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{d_0}{p_0}} \cdot h_2,$$

zufolge (3) auch

$$= p_0 \frac{V_0 D_0}{V_1 d_0},$$

oder

$$A_k = V_0 D_0 \cdot \frac{p_0}{d_0}. \tag{10}$$

IX.

Wir haben also folgende Zusammenstellung:

Aufgenommene Arbeit: $A_f + A_a$.

Ausgegebene Arbeit: $A_H + A_g = A_1 + A_2 + A_g$.

Disponible Arbeit: A_k.

Und zwar ist:

$$A_f = V_0 p_0,$$

$$A_a = V_0 p_0 \log\operatorname{nat} \frac{V_1}{V_0},$$

$$A_H = A_1 + A_2 = V_0 \left(1 - \frac{D_0}{d_0}\right) p_0 \log\operatorname{nat} \frac{V_1}{V_0} +$$

$$+ V_0 p_0 \left[1 - \frac{D_0}{d_0} + \frac{D_0}{d_0} \log\operatorname{nat} \frac{D_0}{d_0}\right],$$

$$A_g = V_0 p_0 \frac{D_0}{d_0} \log\operatorname{nat} \left(\frac{d_0}{D_0} \cdot \frac{V_1}{V_0}\right),$$

$$A_k = V_0 \frac{D_0}{d_0} \cdot p_0 .$$

Nun soll gelten:

$$A_f + A_a = A_1 + A_2 + A_g + A_k$$

und in der That ist dies der Fall, also die Äquivalenz erfüllt.

Alles zusammengefasst, repräsentirt also auch der Gasballon einen Receptor für Aufnahme von Arbeit, ähnlich einem Dampfkessel, der durch eine gewisse Zeit hindurch geheizt wurde; und zugleich bildet dieser Receptor in Verbindung mit der atmosphärischen Luft eine Maschine, die die aufgenommene Arbeit verwerthet, genau wie ein sich in einem mächtigen h_2 hohen Cylinder fortbewegender Kolben. Dieser Kolben schiebt sich in diesem Cylinder von 0 bis h_1, (d. i. während der Ballon expandirt) mit constantem Druck vor, und von h_1 bis h_2 (d. i. während das Ballonvolum constant bleibt) mit abnehmendem Druck, also unter Expansion.

X.

Betrachtung des Warmluftballons oder der eigentlichen Montgolfière.

Vorgang: Ein Ballon enthalte ein gewisses Luftquantum von der eben herrschenden Lufttemperatur T; diese Kernluft wird erwärmt, bis die absolute Temperatur von T auf T_0 und zugleich das Ballonvolum von V auf V_0 steigt, dabei bleibt wegen der Nachgiebigkeit der Hülle stets der innere Druck P und P_0 vor und nach der Erhitzung dem äusseren am Erdboden geltenden atmosphärischen Druck p_0 gleich. Durch die Luftverdünnung entsteht eine Steigkraft S_0, es wird Ballast beinahe gleich S_0 aufgeladen, der Ball hebt sich, gelangt in eine dünnere Luftschichte, und in Folge dessen sucht die Hülle sich auszudehnen, was wegen blos partieller Aufblähung des Aërostaten ebensogut wie beim Gasballon möglich wäre; durch die weitere Ausdehnung des Volums gewinnt der erstere an Steigkraft, durch die verminderte Dichte der Atmosphäre verliert er welche, und was die quantitative Beziehung betrifft, so ergab sich bei der Rechnung für den Gasballon ein vollständiges Äquilibriren dieser beiden Grössen, so dass die Steigkraft constant blieb; hiebei wurde oben angenommen, dass die für die Ausdehnung nöthige Wärme vom Gase aus der Atmosphäre durch die Hülle hindurch angesaugt werde.

Beim Warmluftballon wollen wir diese Voraussetzung fallen lassen; daher kühlt sich die heisse Kernluft ab, das Volum muss also auch kleiner als im anderen Falle sein, und es folgt, dass, während im Gasballon die Steigkraft constant erhalten werden konnte, beim Warmluftballon eine permanente Abnahme der Steigkraft schon vom ersten Momente des Steigens an stattfinde; er verhält sich genau so, als ob er in jeder höheren Luftschichte mit einem specifisch schweren Gase gefüllt worden wäre.

Die genaue Grösse dieser Steigkräfte, so wie der Volumina in verschiedenen Höhen muss wieder nur die Rechnung lehren.

Während die Steigkraft immer abnimmt und diese Abnahme durch Ballastauswerfen compensirt wird, erreicht endlich der

Aërostat eine Höhe h_1, bei welcher er ganz aufgebläht sein wird, wenn überhaupt die Rechnung eine permanente Aufblähung ergeben sollte; in dieser Position gelten die Werthe T_1, V_1, P_1, D_1 für absolute Temperatur, Volum, Innendruck und Dichte der Kernluft, und sie müssen genau wie beim Gasballon, beim eventuellen weiteren Steigen, also für $T_1 > T$ constant bleiben, da eine Abkühlung durch Abgabe von Wärme an die Atmosphäre im ganzen Verlaufe ausgeschlossen gedacht wird.

XI.

Berechnung der Steigkräfte und Steighöhen beim Warmluftballon.

Es sei G das Gewicht der Kernluft,
T seine und die allgemeine herrschende absolute Temperatur,
V_h ihr Volum
D_h ihre Dichte
P_h ihre Spannung
S_h die Steigkraft
in der Höhe h

und dieselben kleinen Buchstaben mögen die Werthe derselben Grössen für die atmosphärische Luft bedeuten.

Das Gewicht $G = \frac{PV}{RT}$ bleibt natürlich stets dasselbe.

Ferner ist wegen

$$P_0 = P \dots V_0 = V \cdot \frac{T_0}{T}$$

und

$$D_0 = D \cdot \frac{T}{T_0}$$

und die Steigkraft am Erdboden:

$$S_0 = V_0(d_0 - D_0) = V\frac{T_0}{T} \cdot d_0\left(1 - \frac{D_0}{d_0}\right) = G\frac{T_0}{T}\left(1 - \frac{T}{T_0}\right) = \frac{G}{T}(T_0 - T). \tag{11}$$

Zwischen h_0 und h_1 treten wegen innerer Abkühlung die Poisson'schen Ausdrücke in Kraft, nämlich für $k = \frac{c_p}{c_v}$, wo c_p die specifische Wärme für constanten Druck, c_v die specifische

Wärme für constantes Volumen bedeuten und der Index x hier eine Zwischenposition zwischen 0 und h_1 anzeigen soll:

$$\frac{T_x}{T_o} = \left(\frac{P_x}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{V_0}{V_x}\right)^{k-1}$$

und

$$\left(\frac{P_0}{P_x}\right)^{\frac{1}{k}} = \frac{V_x}{V_0}.$$

Bei unserer speciellen Betrachtung ist nun, im Gegensatz zu beinahe allen sonstigen Anwendungen der obigen Gleichungen, nicht Druck oder Volum, sondern die Temperatur als die stets gegebene Grösse anzusehen und die beiden andern sind dann von dieser in Abhängigkeit zu zeigen; wir stellen daher die Poisson'schen Formeln für unseren Gebrauch so um:

$$\frac{P_x}{P_0} = \left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} \tag{12}$$

und

$$\frac{V_x}{V_0} = \left(\frac{T_0}{T_x}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \frac{D_0}{D_x}. \tag{13}$$

Wir wissen bereits, dass wegen der Nachgiebigkeit der Hülle $P_x = p_x$ bleibt, daher

$$p_x = p_0\left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

und da allgemein

$$p_x = p_0 e^{-\frac{d_0}{p_0} \cdot h_x} = p_0 e^{-\frac{hx}{RT}},$$

auch

$$\left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} = e^{-\frac{hx}{RT}}.$$

und hieraus folgt

$$h_x = \frac{k}{k_{-1}} RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T_x}. \tag{14}$$

Die in der Höhe h_x herrschende Luftdichte d_x ist

$$d_0 \cdot \frac{p_x}{p_0} = d_0\left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} = D\left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}. \tag{15}$$

Soll nun die volle Aufblähung bei einer Innentemperatur $T_1 > T$ eintreten, die eben gegeben werden muss, so ist die zugehörige Höhe

$$h_1 = \frac{k}{k_{-1}} RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T_1}. \tag{16}$$

Die Steigkraft S_x zwischen 0 und h_1 ist

$$= V_x(d_x - D_x),$$

also mit Benützung der Gleichungen (11), (15), (13)

$$S_x = V_0 \left(\frac{T_0}{T_x}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left[D \left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} - D_0 \left(\frac{T_x}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}} \right]$$

und nach gehöriger Reduction

$$S_x = \frac{G}{T}(T_x - T). \tag{17}$$

Nun kommt der Weg zwischen h_1 und h_2 bei stets gespanntem Ballon in Betracht. P_1, V_1, D_1, T_1 sind hier gültig von h_1 bis h_2 und bei der vollen Steighöhe h_2 muss eben die Bedingung erfüllt sein:

$$d_2 = D_2 = D_1,$$

also
$$d_2 = D_0 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}} = d_0 \frac{T}{T_0} \cdot \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \tag{18}$$

Andererseits muss aber

$$d_2 = d_0\, e^{-\frac{h_2}{RT}}$$

sein, also

$$\frac{d_2}{d_0} = e^{-\frac{h_2}{RT}} = \frac{T}{T_0}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

und hieraus

$$h_2 = RT \log \text{nat} \left[\frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}\right]. \tag{19}$$

In dieser Höhe herrscht der atmosphärische Druck

$$p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{h_2}{RT}} = p_0 \cdot \frac{T}{T_0}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \tag{20}$$

Die Steigkraft S_y zwischen h_1 und h_2 ist:

$$S_y = V_y(d_y - D_y) = V_1(d_y - \mathrm{D}_1) = V_0 \cdot \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left[d_0 e^{-\frac{h_y}{RT}} - D_0 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}\right] = V \frac{T_0}{T} \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \cdot D \left[e^{-\frac{h_y}{RT}} - \frac{T}{T_0} \cdot \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}}\right]$$

und endlich

$$S_y = \frac{G}{T}\left[T_0 \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \cdot e^{-\frac{h_y}{RT}} - T\right]. \tag{21}$$

Die Figurentafel zeigt diese gefundenen Werthe übersichtlich verzeichnet.

XII.

Berechnung der Arbeiten.

Beim Warmluftballon haben wir, da statt chemischer Processe, Erwärmungen das arbeitliefernde Agens abgeben, zweierlei Transformationen von Arbeit zu betrachten; nämlich zuerst wollen wir hervorheben, wie sich die von der Ballonmaschine aufgenommene Arbeit in Form von Wärme ausdrückt und dann als äussere mechanische Arbeit erscheint; diese erste Verwandlung ist nur eine bekannte Sache der mechanischen Wärmetheorie und hat nichts mit dieser speciellen Ballonmaschine zu thun; die zweite, uns hier eigentlich interessirende Verwandlung ist dann jene, wo die aufgenommene mechanische Arbeit vermöge der cinematischen Wirksamkeit des Ballons in anderer, jedoch wieder mechanischer Form als ausgegebene Arbeit erscheint.

Heisse nun die zur Erhitzung der Ballonluft aufgewendete Wärmemenge Q; jene in der obersten Ruheposition h_2 restliche Wärmemenge der Kernluft von der Temperatur $T_2 = T_1$ nennen wir Q_r, so ist die während des Steigens factisch consumirte Wärmemenge $\Delta_w = Q - Q_r$ und hiebei ist

$$Q = c_p G(T_0 - T)$$
$$Q_r = c_v G(T_1 - T),$$

also wegen $c_p = kc_v$

$$\Delta_w = c_v G[kT_0 - T_1 - (k-1)T].$$

Diese Wärmemenge wurde verbraucht, um beim Erhitzen den atmosphärischen Druck zurückzudrängen und sodann, um zwischen der Erdoberfläche und h_1 beim weiteren Aufblähen dasselbe Hinderniss zu überwältigen; die erstere Wärmearbeit heisse Q_f, die zweite Q_a, so ist die von der Maschine recipirte Arbeit in Wärmeeinheiten ausgedrückt:

$$\Delta_w = Q_f + Q_a$$

und in mechanischen Einheiten für $A = \frac{1}{424}$,

$$\Delta_m = (Q_f + Q_a)\frac{1}{A} = \frac{\Delta_w}{A}.$$

Andererseits ist die Arbeit zum Zurückdrängen der Luft genau wie beim Gasballon, wenn A_f die Füllungsarbeit und A_a die Ausdehnungsarbeit zwischen 0 und h_1 bedeutet

$$A_f = P_0(V_0 - V) = P_0 V\left(\frac{V_0}{V} - 1\right) = GR(T_0 - T). \qquad (22)$$

Ferner bekanntlich für die Grenztemperaturen T_0 und T_1 die Arbeit

$$A_a = \frac{c_v}{A} G(T_0 - T_1), \qquad (23)$$

daher

$$A_f + A_a = GR(T_0 - T) + c_v \frac{G}{A}(T_0 - T_1) =$$

$$= Gc_v\left(\frac{k-1}{A}\right)(T_0 - T) + \frac{Gc_v}{A}(T_0 - T_1) =$$

$$= Gc_v[kT_0 - T_1 - (k-1)T]\frac{1}{A},$$

also wie es sein muss

$$\Delta_m = \frac{\Delta_w}{A} = A_f + A_a.$$

Jetzt beginnen wir erst die rein mechanische Untersuchung, indem nachgewiesen werden muss, dass das Product aus Drücken und Bewegungsräumen, welche aufgenommen wurden, unter Constanz desselben in andere Factoren zerlegt wird; dass also bei dieser speciellen Maschine — wie bei allen anderen nicht chemisch-physikalischen, sondern rein mechanischen Maschinen — die charakterisirende Fähigkeit gefunden wird, im Falle bewirkter Veränderungen der aufgenommenen Drucke und Bewegungen, als eine Art von dynamischem Recheninstrument zu wirken und beim gegenseitigen Spiele ihrer Bestandtheile, Drücke und Bewegungen gegenseitig so zu verschlucken und ineinander umzusetzen, dass das sogenannte Arbeitsproduct dasselbe bleibt, während bei chemisch-physikalischen Maschinen nicht blos Drucke und Bewegungen, sondern die anderen Erscheinungsformen von Arbeit zu Tage treten und demselben Gesetze unterworfen sind.

XII.

Wir fanden die totale aufgenommene Arbeit gleich $A_f + A_a$ und werden hier, sowie weiterhin, weil stets Temperaturen als die gegebenen Grössen angesehen werden sollen, überall wo möglich diese in die Ausdrücke hineinbringen.

Es ist hiernach

$$A_f = GR(T_0 - T) \tag{22}$$

und da bekanntlich $AR = c_v(k-1)$ ist, aus

$$A_a = G\frac{R}{k-1}(T_0 - T_1). \tag{23}$$

Die Ausdrücke (22) und (23) repräsentiren die Füllungs-Arbeit und die Ausdehnungsarbeit. Nun berechnen wir die Hebungsarbeit und theilen sie, die wir A_H nennen wollen, ebenso wie beim Gasballon in zwei Theile A_1 und A_2, die sich auf die Hebung der Ballastgewichte von 0 bis h_1 und dann von h_1 bis h_2 beziehen.

Mit Benützung der Gleichungen (14), (17) findet sich

$$A_1 = \int_0^{h_1} S_x dh_x = \int_0^{h_1} \frac{G}{T}(T_x - T) dh_x,$$

und da

$$dh_x = -\frac{k}{k-1} RT . \frac{dT_x}{T_x}, \quad A_1 = -\frac{k}{k-1} RT \frac{G}{T} \int_{T_0}^{T_1} (T_x - T) \frac{dT_x}{T_x} = -\frac{kRG}{k-1} \Big[T_x - T \log \operatorname{nat} T_x \Big]_{T_0}^{T_1}$$

oder

$$A_1 = \frac{kRG}{k-1} \left[T_0 - T_1 - T \log \operatorname{nat} \frac{T_0}{T_1} \right], \tag{24}$$

sodann ist

$$A_2 = \int_{h_1}^{h_2} S_y dh_y = \int_{h_1}^{h_2} \frac{G}{T} \left[T_0 \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^{\frac{1}{k-1}} . e^{-\frac{h_y}{RT}} - T \right] dh_y = \frac{G}{T} T_0 \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^{\frac{1}{k-1}} (-RT) e^{-\frac{h_y}{RT}} \Big]_{h_1}^{h_2} - G(h_2 - h_1)$$

und wegen (19)

$$A_2 = -GRT_0 \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \left[\frac{T}{T_0} \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^{\frac{1}{k-1}} - \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^{\frac{k}{k-1}} \right] + GRT \left[\log \operatorname{nat} \frac{T}{T_0} \left(\frac{T_1}{T_0} \right)^{\frac{1}{k-1}} + \frac{k}{k-1} \log \operatorname{nat} \frac{T_0}{T_1} \right]$$

und nach gehöriger Reduction wird

$$A_2 = GR \left[T_1 - T + T \log \operatorname{nat} \frac{T}{T_1} \right]. \tag{25}$$

Nach Analogie des Gasballons werden wir sofort daran denken, unter die ausgegebenen, respective gelieferten Arbeiten, die Hebung der Kernluft auf die Höhe h_2 in Rechnung zu stellen.

Nun war das beim Gasballon keinem Zweifel unterworfen; man sieht dort ein, dass ein neuer Körper: das Gas entstanden war, und zwar auf der Erdoberfläche, und dass dieses Gewicht sodann von der Erde entfernt, nämlich auf h_2 gehoben wurde; beim Warmluftballon aber könnten Zweifel entstehen, ob diese bereits in der Atmosphäre früher vorhandene Kernluft eine Arbeit aufzehre, wenn sie gehoben werde, da ja stets eine andere Portion atmosphärischer Luft von oben herabsinkt und an ihre Stelle tritt; es scheint daher eine eingehendere Discussion nöthig:

Wir sagten oben, dass die beste Methode, um Steigkraft zu erzielen, gewiss die Anwendung des luftleeren Gefässes wäre; wegen practischer Unausführbarkeit muss man aber die Gas- und Warmluftballons anwenden; genau genommen ist auch ein Luftballon ein Vacuum, nur kein totales, sondern ein partielles, d. h. man erreicht ein luftleeres Volum, welches nicht wie beim luftleeren Gefässe, dessen vollem Inhalt gleich ist, sondern nur einen Theil des Ballonvollums repräsentirt; man könnte sagen, in Beziehung auf Raumersparniss hat das luftleere Gefäss den Nutzeffect 1, der Ballon jedoch einen kleineren Nutzeffect als die Einheit. In der That fanden wir beim Ballon die Steigkraft $S = V(d-D)$, beim luftleeren Gefäss $S = Vd$, demnach stellt der Ballon ein Vacuum L vor, das sich in seiner Grösse aus der Gleichung $Ld = V(d-D)$ ergibt, also ist $L = V\left(1 - \frac{D}{d}\right) < V$, also ist auch der Raum $V . \frac{D}{d}$ eigentlich nur ein „todter" Raum in Beziehung auf Erzielung der Steigkraft und das Gas oder die Luft des Ballons ein relativ ungeschicktes Mittel zur Erreichung unseres Zweckes; würden sie nun keine Schwere, kein Gewicht haben, also etwa wie ein sogenanntes Imponderabil wirken, respective den Ballon ausspannen, so hätte die Raumverschwendung gar keinen Einfluss; da aber Luft wie Gas schwer sind, so belasten sie zugleich den Ballon und man kann sich ganz gut denken, dass, nachdem sie einmal ihre Function des Aufblähens vollbracht haben, ihr Volum beliebig verkleinert oder vergrössert worden sei; man könnte also den Ballon ersetzt denken durch ein luftleeres Gefäss vom Volumen $V\left(1-\frac{D}{d}\right)$ und daran hängend die Kernluft oder das Gas, z. B. zusammengepresst bis zur Dichte eines Metalls; dann sieht man sofort ein, dass alle obigen Rechnungen so durchgeführt werden könnten, als ob man nur ein Vacuum und keinen Ballon zu behandeln hätte und dass die Kernluft als ein zu hebender Ballast zu betrachten sei, so gut wie jede andere Last, die mit Schaffung eines Auftriebes nichts mehr zu schaffen hat. Aus allen diesem folgt, dass wir die Hebungsarbeit der Kernluft A_l ebenfalls in die Rechnung aufnehmen müssen und es ist

$$A_l = Gh_2 = GRT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \tag{26}$$

Eine weitere Analogie mit dem Gasballon ist die Berücksichtigung der in der Position h_2 etwa disponiblen Zusammenklappungsarbeit A_k, d. h. jener Arbeit, die entsteht, wenn oben eine Entleerung der Ballonhülle stattfindet.

Hier besteht die Entleerung, da die Kernluft oben ebenso wie unten im Aërostaten bleiben soll, in der Entziehung der Restwärme Q_2, wonach genau dieselben Betrachtungen wie beim Gasballon platzgreifen. Berechnen wir A_k:

Denken wir Q_r auf irgend eine Art, z. B. Ausstrahlung an die Atmosphäre, entzogen, so hat das Luftgewicht G die anfängliche Temperatur T, und da die geringere Dichte bei einem — für unsere Betrachtung vorausgesetzten — vollkommenen Gase an innerer Arbeit nichts ändert, so ist der ursprüngliche Zustand der Luft wieder hergestellt. Während der Wärmeentleerung sei die Hülle in ihrem Volum V_1 festgehalten gedacht; am Ende des Processes werde sie wieder freigelassen, und was nun mit ihr geschieht, hängt von der Beziehung zwischen äusserem und innerem Druck, also zwischen p_2 und P_3 ab; dieser Druck P_3 muss nun berechnet werden:

Es war

$$P_2 = P_1 = P_0 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}};$$

bei festgehaltener Hülle, also constantem Volumen, muss dann

$$P_3 : P_2 = T : T_1$$

sein, also ist

$$P_3 = P_2 \cdot \frac{T}{T_1} = P_0 \cdot \frac{T}{T_1}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Andererseits war oben in Gleichung (20)

$$p_2 = P_0' \cdot \frac{T}{T_0}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}},$$

daher

$$p_2 : P_3 = \frac{T}{T_0}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}} : \frac{T}{T_1}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \frac{T_1}{T_0}\left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{1}{k-1}} : \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} =$$

$$= \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} : \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{k}{k-1}},$$

d. h.

$$p_2 = P_3.$$

Also folgt, dass nach Erreichung der ursprünglichen Temperatur der innere Druck dem oberen Atmosphärendruck gleich wird, daher bleibt die Hülle, obwohl freigelassen, in ihrer ursprünglichen Position, das Volumen V_1 bildend; ein Zusammenklappen findet **nicht** statt, und es ist, im Gegensatz zum Gasballon, $A_k = 0$.

XIII.

Wir haben jetzt folgende Zusammenstellung:

Aufgenommene Arbeiten:

$$A_f = GR(T_0 - T) \tag{22}$$

$$A_a = G\frac{R}{K-1}(T_0 - T_1). \tag{23}$$

Gelieferte Arbeiten:

$$(24)\ (25)\qquad A_H = A_1 + A_2 = \frac{kR}{k-1}\cdot G\left[T_0 - T_1 - T\log\text{nat}\frac{T_0}{T_1}\right] + $$

$$+ GR\left[T_1 - T + T\log\text{nat}\frac{T}{T_1}\right].$$

$$(26)\qquad A_l = GRT\log\text{nat}\frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}.$$

und es soll gelten:

$$A_f + A_a = A_1 + A_2 + A_l$$

was in der That der Fall ist.

Hiernach arbeitet der Warmluftballon in der Art als Maschine, dass er zuerst als Receptor für Aufnahme von Wärmearbeit dient und dann, in Verbindung mit der freien Atmosphäre, wie ein Kolben in einem Cylinder aufsteigend, die aufgenommene Arbeit wieder abgibt; dabei findet aber während des ganzen Kolbenweges Expansion, d. h. abnehmender Druck statt.

XIV.

Wir sahen bei Berechnung der von Ballonmaschinen geleisteten Arbeit, dass im Allgemeinen stets ein gewisser Betrag der hineingelegten Arbeit in der obersten Endposition ungenützt verharrt, also nur für andere Arten von Vorgängen, als das Emporsteigen des Aërostaten verwerthbar wird, ähnlich wie bei Dampfmaschinen ohne Condensation die latente Dampfwärme nicht mehr für eine und dieselbe Maschine benützbar ist.

Offenbar wird dann die grösste Öconomie herrschen, der grösste Nutzeffect der Ballonmaschine vorhanden sein, wenn diese Restarbeit den möglichst geringsten Theil der nothwendigen Totalarbeit, die in den Aërostaten gelegt wurde, ausmacht; da nun diese Restarbeit in Wärmeeinheiten beträgt:

Bei Ballons mit Wasserstoff . . $Q_r = 34400$ W. E. ⎫ pr. 1 kg.
„ „ „ Leuchtgas . . . . . 10400 W. E. ⎬ Füllungs-
„ Warmluftballons . . . . . . $c_v(T_1 - T)$ W. E. ⎭ material

und, wenn Q_r nicht nach dem Gewichte des Füllungsmaterials, sondern nach der unten erzielten Steigkraft berechnet wird, sich ergibt:

$$\left.\begin{array}{lr} \text{Für Wasserstoff gegen} \ldots & 2580 \\ \text{„ Leuchtgas gegen} \ldots & 7500 \\ \text{„ warme Luft} \ldots & c_v \dfrac{T(T_1-T)}{(T_0-T)} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{W, E.} \\ \text{pr. 1 Kg. Steigkraft,} \end{array}$$

so ist der Warmluftballon ersichtlich der am meisten öconomische, insoferne Q_r von unserer Wahl der Temperatur T_1 abhängig ist, bei den Gasballons aber unabänderlich vorgeschrieben erscheint.

Welche Quantitäten überhaupt hier auftreten, zeigen einige Beispiele:

Gegeben ein Wasserstoffgasballon in ungefährer Grösse von jenem, den Dupuy de Lôme im Jahre 1870 beschrieb, nämlich ein Volum von 3500 Cm. enthaltend; es ist dies keiner von den grössten, denn der Londoner Captivballon Henry Giffard's soll 10000 Cm. enthalten haben.

Nehmen wir an, das Gas werde beinahe chemisch rein angewendet, so hat es bei gewöhnlicher Temperatur und normalem Druck ein Gewicht von 90 Gramm, pr. 1 Cm. Gas (während es in der Praxis gegen 170 Gr. schwer ist).

Hieraus folgt:

Unten aufgeblähtes Volum V_0 sei gleich 3500 Cm., Steigkraft S_0 ist dann 4200 Kg.

Chemische innere Arbeit des Gases (Verbrennungswärme) berechnet sich zu

$$Q_r = 34400 \,.\, 3500 \,.\, \frac{90}{1000} = \text{nahe 11 Millionen Wärmeeinheiten}$$

und in Meterkilogrammen ausgedrückt:

$$\frac{Q_r}{A} = Q_r \,.\, 424 = 4664 \text{ Millionen Meter-Kilogramm.}$$

Ferner ist die Füllungsarbeit

$$A_f = P_0 V_0 = 10330 \,.\, 3500 = 36 \text{ Millionen M. K.}$$

Demnach ist die unbenützte Arbeit

$$= \frac{4664}{4664+36} = 0 \cdot 99234$$

der totalen, also der Nutzeffect

$$\eta = 0 \cdot 00766.$$

Es sei noch zur Gewinnung anschaulicher Grössen hinzugefügt, dass, wenn die Füllungszeit, je nach der Anzahl der Gasentbindungstonnen, z. B. wie es im Mittel der Fall ist, 3 Stunden dauert, diese chemische Maschine eine Anzahl von

$$\frac{4700 \text{ Millionen}}{3.60.60.75} = 5800 \text{ Pferdekräften repräsentirt.}$$

und die zur blos mechanischen Arbeit A_f nöthige Zahl von Pferdekräften $44\frac{1}{2}$ beträgt.

Zur Vergleichung mit Gasballons betrachten wir jetzt einen Warmluftballon, und zwar jenen, welchen Montgolfier im

1783 Jahre ~~1873~~ in Versailles steigen liess. Dieser Aërostat wurde binnen 10 Minuten durch Verbrennung von 40 Kg. Stroh aufgeblasen; sein ungefähres Volum soll 1200 Cm. betragen haben.

Zur Berechnung der hineingelegten totalen Wärmearbeit bemerken wir, dass 1 Kg. Stroh, unter demselben Dampfkessel wie Steinkohle verbrennend, nach den neuesten Heizungsversuchen bei Locomobilen (siehe Ausstellungsbericht über Dampfkessel von J. Radinger vom Jahre 1874) nur $\frac{1}{3 \cdot 5}$ so viel Wasser verdampft, als diese; nun entwickelt mittlere Steinkohle unter diesen Umständen gegen 4200 Wärmeeinheiten, die in den Kessel eindringen, während der Rest der totalen Verbrennungswärme ungenützt bleibt (obwohl Montgolfier das Stroh frei unter der Mündung des Ballons verbrennen liess, so kann doch der Nutzeffect dieser Heizungsmethode ganz gut jenem der Kohle auf dem Rost gleichgesetzt werden, denn die Entflammbarkeit des Strohes ist ohne jeden künstlichen Luftzug eine sehr gute; die heissen Verbrennungsgase steigen alle vertical nach oben in den Ballon und die Verluste durch strahlende Wärme sind wegen der fast blossen Flammenbildung und Nichtvorhandensein dichter und fester glühender Massen ganz unbedeutend).

Demnach entwickelte Montgolfier durch Verbrennung des Strohes

$$40 . \frac{4200}{3^1/_2} = 48000 \text{ W. E., d. i. 20 Millionen M.K.}$$

und da die Erhitzung in 10 Minuten vollendet war, so repräsentirt dieser Aërostat eine Maschine von ungefähr 400 Pferdekräften.

(Wir sehen von dem Eindringen der schweren Kohlensäure, also der Verringerung der Arbeitsfähigkeit aus dieser Ursache ab).

Wenn nun dieser Warmluftballon in der Art aufstiege, dass er nichts an die Luft an Wärme verliert, so brauchten wir blos die Hülle gross genug, also hinreichend aufblähungsfähig zu machen, um durch fortwährendes Steigen endlich die Endtemperatur T_1 nach Belieben sogar bis T herabzubringen, dann wird $Q_r = 0$ und die ganze hineingelegte Arbeit wird ausgenützt.

Wir erkennen hiernach in einem Warmluftballon eine vollkommene thermodynamische Maschine, und da ihre Construction die denkbar einfachste ist, das Gewicht und die Kosten gering sind, so ist eine allgemeine Untersuchung über die Möglichkeit practischer Verwendung derselben als Motoren von grosser Wichtigkeit; diese kurze theoretische Untersuchung wollen wir nun vornehmen, ohne in technische Details einzugehen.

XV.

Schon Montgolfier selbst war der Meinung, man werde Ballons zum Heben von Gewichten verwenden können, und Guyton-Morveau übergab sogar bereits im Jahre ~~1873~~ der 1783 Akademie von Dijon ein ausgearbeitetes Project, nach welchem ein Warmluftballon zur Hebung von Grubenwässern dienen sollte.

Suchen wir zuerst die allgemeinen Formeln für die Leistungen der Warmluftballons als Maschine und beurtheilen dann hiernach Guyton-Morveau's Project.

Wir fanden oben in den Gleichungen (11) und den folgenden die Ausdrücke:

$$V_0 = V \cdot \frac{T_0}{T}; \quad V_1 = V \cdot \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad h_1 = \frac{k}{k-1} RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T_1};$$

$$h_2 = RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}; \; A_1 = \frac{k}{k-1} RG\left(T_0 - T_1 - T \log \text{nat} \frac{T_0}{T_1}\right);$$

$$A_2 = GR\left[T_1 - T + T \log \operatorname{nat}\left[\frac{T}{T_1}\right]\right]; \quad A_t = GRT \log \operatorname{nat} \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}};$$

$$Q = c_p G(T_0 - T); \quad Q_r = c_v G(T_1 - T),$$

welche zur Beantwortung aller Fragen über Nutzeffect und Constructionsverhältnisse genügen.

Die Restarbeit, respective die in M. K. ausgedrückte Restwärme heisse A_r; sie ist:

$$A_r = \frac{c_v G}{A}(T_1 - T);$$

die Totalarbeit

$$A_t = \frac{Q}{A} = c_p \frac{G}{A}(T_0 - T),$$

daher ist der Nutzeffect

$$\eta = 1 - \eta_1 = 1 - \frac{A_r}{A_t} = 1 - \frac{1}{k}\left(\frac{T_1 - T}{T_0 - T}\right). \tag{27}$$

Specielle Fälle:

I. $T_1 = T$,

dann ist der Nutzeffect $\eta = 1$; also nutzt der Ballon die ganze in ihn gelegte Arbeit aus; hiebei bläht er sich immerwährend bis zur Ruheposition h_2 aus, die den Werth hat:

$$h_2 = RT \log \operatorname{nat} \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \frac{k}{k-1} RT \log \operatorname{nat} \frac{T_0}{T},$$

welcher Werth genau gleich h_1 ist.

In der That wäre die vollständige Abkühlung nicht möglich, wenn keine permanente Aufblähung stattfände; also wird niemals ein vollkommen gespanntes Volum mit einer Temperatur $T_1 > T$, also keine Steigperiode $h_1 - h_2$ statthaben, sondern h_1 fällt mit h_2 zusammen.

Das Volumen des Ballons in der Ruheposition ist

$$V_1 = V\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

und aus diesem Ausdruck lässt sich berechnen, bis zu welchem Grade die Aufblähung am Erdboden gestattet ist, wenn T_0 gegeben und volle Ausnützung der Wärme verlangt wird.

II. $T_1 = T_0$;

hier wird

$$\eta = 1 - \frac{1}{k} = \frac{k-1}{k},$$

in ganzen Zahlen $= \frac{2}{7}$.

Zugleich ist $h_1 = 0$ und

$$h_2 = RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}.$$

Auch dies ist natürlich; denn wenn gar keine Abkühlung durch arbeitleistende Ausdehnung stattfindet, so steigt der Aërostat schon vom Erdboden aus mit vollkommener Aufblähung, also constantem Volum bis h_2, also fällt das erste Stadium h_1 weg.

Da A_a hier $= 0$ ist, so wird

$$A_f = GR(T_0 - T)$$

allein mechanisch umgewandelt; die Wärme selbst bleibt unbenützt, und man sieht nun, dass dieser Fall nichts anderes repräsentirt, als die Benützung des Antheiles der specifischen Wärme, der zur Aufblähung des Ballons verwendet wurde, d. h. $c_p - c_v$ wird benützt, während c_v unbenützt bleibt; dann muss natürlicherweise der Nutzeffect

$$\eta = \frac{c_p - c_v}{c_p} = \frac{k-1}{k}$$

sein, wie eben früher gefunden wurde.

III. Im allgemeinsten Fall, wenn eine nur theilweise Ausnützung der Wärme stattfindet, bleibt unser Ausdruck stehen

$$\eta = 1 - \eta' = 1 - \frac{1}{k}\left(\frac{T_1 - T}{T_0 - T}\right),$$

während zugleich

$$h_2 = RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}\left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

ist.

Nun kommt es bei praktischer Betrachtung namentlich auf die eben erlaubte Steighöhe an; drücken wir also T_1 und η durch h_2 aus, so erhalten wir:

$$T_1 = T_0 \left(\frac{T_0}{T}\right)^{k-1} : e^{-\frac{k-1}{RT} \cdot h_2}, \tag{28}$$

also

$$\eta = 1 - \frac{1}{k} \left[\frac{\left(\frac{T_0}{T}\right)^k \cdot e^{-\frac{k-1}{RT} \cdot h_2} - 1}{\left(\frac{T_0}{T}\right) - 1} \right]. \tag{29}$$

Wir fragen nun: Wenn die Erhitzung des Warmluftballons z. B. — wie im Mittel üblich — gegen 100° beträgt, wie hoch muss derselbe steigen, um eine vollkommene thermodynamische Maschine zu repräsentiren?

Wir finden unter Annahme von T = 290°

$$h_2 = \frac{1 \cdot 4}{0 \cdot 4} \cdot 29 \cdot 2 \,.\, 290 \,.\, \log \mathrm{nat} \frac{290 + 100}{290}$$

ungefähr = 8780 Meter, d. h. der Ballon müsste über eine geographische Meile hoch steigen.

Die Zahl würde in der Wirklichkeit gewiss durch äussere Abkühlung bedeutend herabgemindert werden, dies geschieht jedoch dann nur mit Arbeitsverlust, und diese berechnete Höhe gibt uns im Allgemeinen jedenfalls an, mit was für Dimensionen wir in diesem Falle der vollkommenen Ausnützung zu thun bekommen.

Nunmehr betrachten wir das Project von Guyton-Morveau näher:

Ein Ballon wird durch Verbrennung von Stroh, dürren Blättern u. dgl. rasch erhitzt; bei ungefähr 60 Fuss Durchmesser soll hiedurch eine Steigkraft von gegen 3700 Pfund entstehen; diese wird durch einen ungleicharmigen Balancier verdoppelt und auf einen beinahe ebenso schweren Kolben einer Druckpumpe übertragen, respective dazu benützt, um ihn auf ungefähre Höhe von 12′ zu heben; „man hört nun auf das Feuer zu unterhalten, die Ballonluft kühlt sich wieder ab (was durch einen Ventilator noch beschleunigt werden kann), der Aërostat kann den Kolben nicht mehr äquilibriren, er fällt herab und drückt das Wasser in die Steigröhre". (Siehe den Bericht über dieses Project in Dupuis-Delcourt's „Manuel complet d'Aérostation, 1850".)

Diese Maschine soll nun, wie Guyton-Morveau meint, öconomischer arbeiten, als die damals üblichen, in den Bergwerken angewendeten „Feuerpumpen".

Suchen wir die Beantwortung dieser Ansicht:

Die Temperatur der Lufterhitzung ist bei der angegebenen Grösse und Steigkraft ungefähr:

$$T_0 = \frac{3}{2} \cdot T$$

und für $T = 290°$ ist

$$T_0 = \frac{3}{2} \cdot 290;$$

die Steighöhe ist h_x, gegen 4^m anzunehmen; hiernach aus der Formel

$$T_x = T_0 \cdot e^{-\frac{k-1}{k} \cdot \frac{h_x}{RT}} \ldots T_x = T_0 \cdot e^{-\frac{h}{29630}},$$

demnach findet durch arbeitleistende Ausdehnung des Volums fast gar keine merkbare Abkühlung statt.

Guyton-Morveau, der von einer derartigen Abkühlung überhaupt nichts wusste, nahm auch in der That nur an, der Ballon werde künstlich abgekühlt, durch Ventilöffnung, Ventilation u. s. w.

Wenn aber die Temperatur für constant angenommen werden kann auf dieser kurzen Steighöhe, so ist auch die Steigkraft genau genug für constant anzusehen, und es ist dann:

die geleistete Arbeit

$$= S_x \cdot h_x = \frac{G}{T}(T_0 - T) h_x,$$

die hineingelegte Arbeit

$$= \frac{c_p \cdot G}{A}(T_0 - T),$$

daher der Nutzeffect

$$\eta = \frac{Ah_x}{c_p T}$$

als allgemeine Näherungsformel für grosse Erhitzungen und kleine Steighöhen zu finden.

Setzen wir obige Werthe ein, so wird

$$\eta = \frac{h_x}{29600}$$

und wegen $h_x = 4^m$

$$\eta = \frac{1}{7400},$$

d. h. $\frac{1}{74}$ %.

Andererseits waren die damals gebräuchlichen Feuerpumpen jene von Neweomen construirten Dampfmaschinen, die früheren noch weniger öconomischen waren jene von Savery.

Der Nutzeffect bezüglich der theoretischen Wärmemenge der Steinkohle war bei Savery $^1/_4$%, bei Neweomen gegen 1%; daher bezüglich der factisch in den Kessel gelangenden Wärme ein Nutzeffect von respective mindestens $^3/_4$% und $1^1/_2$%.

Hiernach war Neweomens Feuerpumpe der Warmluftpumpe von Guyton-Morveau über 100mal an Nutzeffect überlegen.

XVI.

Nun wäre es wohl denkbar, dass man die Restwärme eines nur niedrig steigenden Aërostaten in seiner oberen Position in andere noch schlaffe Ballons ableite und diesen hiedurch Arbeit mittheile; allein dieser Process müsste so oft wiederholt werden und wäre so complicirt, dass man wohl von diesem Gedanken abstehen muss.

Überhaupt wissen wir im Vorhinein, wenn wir auf Anwendung der Warmluftballons als Motoren bestehen wollen, dass im Maximum eine Steighöhe von 20—25 Meter erlaubt werden kann, weil der Ballon vor Wind und Wetter unter Dach gebracht werden muss, und anderseits die Anwendung tiefer Schächte kaum practisch wäre.

Es bliebe also zur Erzielung eines dennoch günstigen Nutzeffects nichts anderes übrig, als eine möglichst niedrige Erhitzungstemperatur anzuwenden, denn hiedurch würde die totale Steighöhe für eine vollkommene Wärmeausnützung bedeutend reducirt.

In dem jetzigen Falle ist also nach der Temperatur T_0 für ein gegebenes h_2 und für $\eta = 1$ die Frage.

Es ist aber

$$h_2 = \frac{k}{k-1} RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T}$$

und setzen wir

$$\frac{T_0 - T}{T} = \frac{\Delta^0}{T},$$

wo Δ in gewöhnlichen Thermometergraden gezählt wird, so findet sich die Näherungsformel für kleine Δ:

$$h_2 = 100^m \left(1 - \frac{\Delta}{2T}\right)$$

oder auch eventuell

$$h_2 = 100^m \,.\, \Delta^0.$$

Suchen wir hieraus

$$\Delta = T_0 - T,$$

d. h. die Erhitzungstemperatur für $h_2 = 25^m$, so ergibt sich

$$\Delta = \frac{1^0}{4},$$

und das ist abermals eine ganz und gar unausführbare Operation; denn von allem Anderen abgesehen, würden ganz colossale Volumina nöthig sein, um eine erkleckliche Steigkraft zu erzielen, da man doch nicht auf die Vermehrung durch Übersetzung allein bauen kann; ausserdem würde es geschehen, dass vermöge der Steifigkeit der Hülle gar kein Aufblähen bei so niedriger Erwärmung, also geringer Spannkraft der Kernluft, eintreten würde, also das Erwärmen unnütz bliebe.

In letzterer Beziehung kennen wir bereits einigermassen practisch erprobte Daten; man weiss nämlich, dass mitunter mit Luft von gewöhnlicher Temperatur gefüllte Ballons durch blosses

Liegen im Freien, und selbst, wenn die Sonne bis eine halbe Stunde hinter Wolken gestanden war, sich etwas aufblähen und mit einer Belastung von 40 bis 80 Kilogramm sich erhoben hatten und durchgingen.

Man mass die Temperatur der Kernluft und fand sie gegen 3—4° C. und darüber; da aber die Messung an der ausströmenden Luft vorgenommen wurde, so müssen wir die Innentemperatur noch höher voraussetzen, und daher folgt, dass wir selbst bei Annahme einer sehr nachgiebigen Hülle nicht wohl unter 5 bis 10° herabgehen mögen, wenn wir noch Aufblähung gewiss erwarten wollen. Für $T_0 - T = 5°$ würde aber noch immer $h_2 = 500^m$ gefunden werden; also müssen wir, wenn obige Voraussetzungen richtig sind, auf eine vollkommene Wärmeausnützung bei der Anwendung der Aërostaten zu Maschinen verzichten.

Wenn uns nunmehr blos eine theilweise Ausnützung möglich ist und dennoch die Warmluftballons unseren jetzigen Maschinen gegenüber einen Vortheil in öconomischer Beziehung bieten sollen, so müsste entweder der höchsterreichbare Nutzeffect bei Ballons jenen unserer Maschinen um ein Merkliches übertreffen, oder, wenn auch dies nicht der Fall wäre, so müsste es speciell für jene ermöglicht sein, eine relativ sehr öconomische Heizmethode anzuwenden, die sich mit anderen Maschinen nicht so vortheilhaft combiniren liesse.

Setzen wir $T_0 - T = 10°$ und die zulässige Steighöhe $h_x = 25^m$; lassen wir den Ballon vollkommen aufgebläht steigen, so ist nach Specialfall I

$$h_2 = RT \log \text{nat} \frac{T_0}{T} = 292 . \Delta = 292^m,$$

wobei der Nutzeffect $\eta = \frac{2}{7}$ wäre; da h_x aber nur 25^m statt 292^m ist, so ist annähernd der jetzige Nutzeffect blos

$$\eta = \frac{2}{7} \cdot \frac{25}{300} = \frac{1}{42},$$

d. h. $2^1/_3{}^0/_0$; also abermals sehr gering, im Vergleich zu unseren Maschinen, die das drei- bis fünffache hievon erreichen.

Es bliebe also nur die billigere Heizmethode als letzte Zuflucht übrig, und es existirt in der That eine solche, nämlich die Erwärmung durch die strahlende Sonnenwärme.

XVII.

Ballons besitzen in dieser Beziehung besondere Vorzüge anderen Maschinen gegenüber; denn 1. man kann die strahlende Wärme direct benützen, ohne Sammelapparate zu benöthigen, die ja immer nicht nur eine Complication der Maschine, sondern auch einen Verlust an Wärme verursachen. 2. Ist es durchaus nicht nöthig, die ganze Vorrichtung wie einen Heliostaten nach der Sonne zu drehen, da die Kugelform des Aërostaten nach allen Seiten den Sonnenstrahlen gleiches Aussehen, respective Fläche und Neigung bietet.

Es kommt also jetzt nur noch auf die quantitativen Ergebnisse an. Nach Pouillet erhält ein Quadratmeter Erdoberfläche durchschnittlich per Minute 4·4 Wärmeeinheiten durch die Sonnenstrahlen; wegen der Absorption in der Atmosphäre könnte blos die Hälfte ungefähr nutzbar gemacht werden; also repräsentirt die strahlende Sonnenwärme per □ M. normal entgegengestellter Fläche eine Wärmearbeit von $\frac{2 \cdot 2 . \ 424}{60 . \ 75} = 0 \cdot 2$ Pferdekräften.

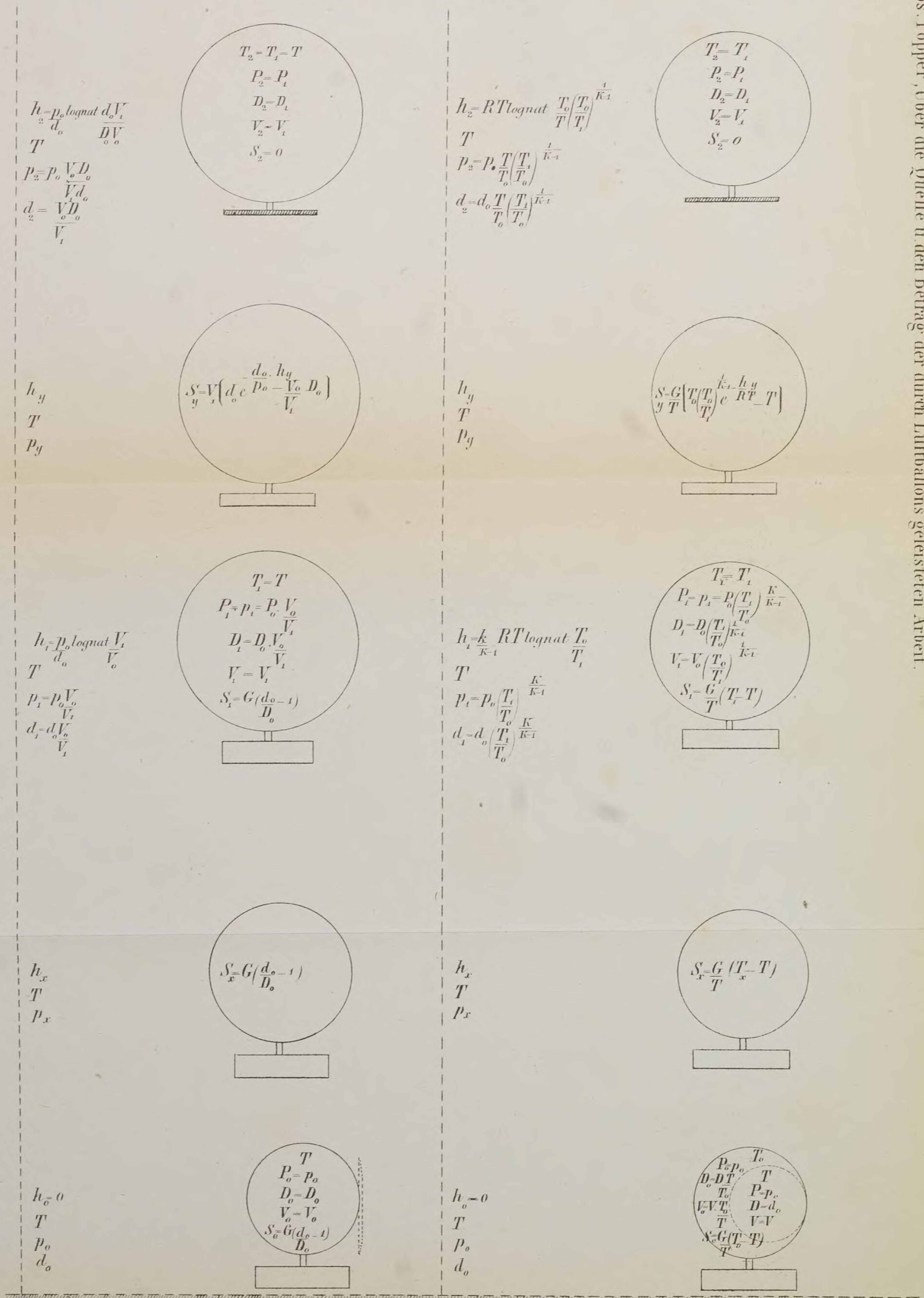
Wir denken uns nun die Oberfläche des Ballons zur vollen Absorption geeignet hergestellt, sowie auch für die Permanenz der Darbietung von Heizflächen (z. B. durch eine Art Paternosterwerk von kleineren Aërostaten) gesorgt; so müsste eine solche Sonnenmühle, die gleich einer mittleren Windmühle, z. B. 5 Pferdekräfte soll entwickeln können, 25□ M. Oberfläche den Sonnenstrahlen normal entgegenzustellen haben; und da der Nutzeffect nach Obigem gegen 2% beträgt, so stiege diese Bestrahlungsfläche bis auf 1250□ M.

Da wir also auch hier auf unpractische Ergebnisse gelangen so dürfte es in Folge aller früheren Untersuchungen richtig sein, zu behaupten, dass eine Anwendung der Warmluftballons als Motoren an Stelle unserer heutigen, Maschinen, die die Wärme als Arbeitsquelle benützen, nicht geeignet sei, Ökonomie mit mässigen Raumansprüchen zu vereinigen; es müssten denn bessere Vorschläge als die obigen übersehen worden sein.

Daraus folgt aber keineswegs, dass eine motorische Anwendung des Warmluftballons und Aërostaten, und speciell der ersteren, nicht in anderer Art und zu besonderen Zwecken sehr geeignet und nützlich sein könne, z. B. zum Zwecke des Erhebens und Haltens von Gewichten in freier Luft.

Jos. Popper, Über die Quelle u. den Betrag der durch Luftballons geleisteten Arbeit.

Atmosphäre.



Gas-Ballon.

Warm-Luft-Ballon.

Sitzungsb. der kais. Akad. d. W. math. naturw. Cl. LXXI. Bd. II. Abth. 1875.

M. Fahrmbacher lith.

Druck v. Jos. Wagner in Wien.

Nachträgliche Verbesserung.

Auf Seite 836 der Abhandlung „Über die Quelle und den Betrag der durch Luftballons geleisteten Arbeit" von Josef Popper, und zwar Zeile 2 und 3 von oben ist statt: „so repräsentirt dieser Aërostat eine Maschine von ungefähr 400 Pferdekräften" genauer: „so repräsentirt dieser Aërostat einen Receptor von ungefähr 400 Pferdekräften" zu setzen.